De los números y su historia

ISAAC ASIMOV

SEXTA EDICION

Asimov, Isaac
De los números y su historia. - 6a. ed. - Buenos Aires:
Lidiun, 1998.
264 p.; 20 x 14 cm. (Sepa usted)
Traducción de: Félix Luis Rodríguez Trelles ISBN 950-524-932-2
Escaneado por: Marcos
Corregido por: Marroba2002
I. Titulo -1. números

Titulo de la obra original: "Asimov on Numbers"
Publicada por Doubleday and Company, Inc., Garden City, Nueva York

ISBN 0-385-12074-5

Diseño de tapa: Laura Restelli y Claudia Solari

Impreso en T. G. COLOR EFE, Paso 192, Avellaneda, Buenos Aires, el 12 de junio de 1998.
IMPRESO EN LA ARGENTINA
Distribuidor exclusivo:

EL ATENEO

Editorial: Patagones 2463 - (1282) Buenos Aires. Argentina
Tel.: 942-9002/9052,'9 102/91 52 - Fax; 942-9162
Internet: http://www.ateneo.com

Dedicado a
CATHLEEN JORDAN
y por un nuevo comienzo

Índice

Introducción

Allá por 1959 comencé a escribir una columna científica mensual para The Magazine of Fantasy and Science Fiction. Me dieron carta blanca en lo relativo a temas, formas de encarar, estilo y todo lo demás, y yo aproveché todas esas ventajas. He usado la columna para recorrer todas y cada una de las ciencias de una manera informal y muy personal, de modo que de todo lo que escribo (y escribo muchísimo) nada me brinda tanto placer como estos ensayos mensuales.

Y, como si el placer que encuentro en ellos fuera poco, cada vez que completo diecisiete ensayos, la Doubleday & Company Inc. los reúne en un libro y los publica. Hasta ahora se han publicado doce libros de mis ensayos en The Magazine of Fantasy and Science Fiction, lo que hace un total de 204 ensayos. Por supuesto que hay un decimotercero en camino.

Pero son pocos los libros que uno puede esperar que se sigan vendiendo indefinidamente o lo bastante, al menos, como para merecer la inversión que hace falta para mantenerlos siempre en venta. Es por ello que los beneméritos caballeros de la Doubleday han dejado (con cierto disgusto, pues me quieren mucho y saben como tiende a temblar mi labio inferior en estas ocasiones) que mis primeros cinco libros de ensayos se agotaran.

En su edición encuadernada, me apresuro a decir. Los cinco libros siguen prosperando en sus ediciones en rústica, de modo que todavía están a disposición del público. Pero las ediciones encuadernadas tienen una distinción que me resisto a perder, Son los libros encuadernados los que van a las bibliotecas; y para aquellos que realmente desean hacer un agregado permanente a sus extensas colecciones personales de libros de Asimov[1], no hay nada mejor que un libro encuadernado.

De modo que mi primer impulso fue pedir a la buena gente de Doubleday que volviera a editar los libros, jugando así una especie de segunda vuelta. Esto se hace periódicamente con mis libros de ciencia ficción y con éxito, aun cuando existen ediciones simultáneas en rústica todavía disponibles. Pero pude ver que con mis ensayos el caso era diferente. Mi ciencia ficción siempre se mantiene fresca, pero los ensayos científicos tienden a perder actualidad, porque el progreso de la ciencia es inexorable. Y después me puse a meditar...

Con toda intención yo me explayo ampliamente sobre las diversas ciencias, tanto para satisfacer mis propias aficiones inquietas como para dar a cada miembro de mi audiencia heterogénea una oportunidad de satisfacer sus preferencias personales de vez en cuando. Como resultado cada colección de ensayos tiene algo de astronomía, algo de química, algo de física, algo de biología, algo de matemática, etcétera.

Pero, ¿qué sucede con el lector que se interesa por la ciencia pero que tiene un interés especial en una disciplina dada? Tiene que leer todos los artículos del libro para encontrar tres o cuatro que puedan ser de su interés.

Entonces, ¿por qué no revisar los cinco libros agotados, escoger los artículos referentes a una disciplina científica particular y reunidos en un volumen más especializado?

Doubleday estuvo de acuerdo y yo compaginé una colección de artículos astronómicos que aparecieron con el título de Asimov on Astronomy. La presente introducción aparecería en el comienzo, explicando a los lectores exactamente lo que había hecho y por qué lo había hecho, de manera que todo estaba sobre la mesa y a la vista. Era un proyecto experimental, por supuesto, y pudo haber andado muy mal. No fue así; funcionó muy bien. La gente de Doubleday se alegró mucho y yo me puse a trabajar enseguida (muy contento) y a compaginar Asimov on Chemistry y Asimov on Physics, cada uno de ellos con la misma introducción del primer libro de la serie, de modo que el lector no deje de enterarse de qué se trata.

Estos también anduvieron bien y ahora estoy preparando un cuarto y último volumen[2], Asimov on Numbers, que contiene un artículo que apareció en View from a Height, siete artículos de Adding a Dimension, cuatro artículos de Of Time and Space and Other Things, y cinco artículos que aparecieron en Earth to Heaven. Los artículos no están ordenados cronológicamente, sino conceptualmente.

Además de haber agrupado los artículos en un conjunto más homogéneo y ordenado, ¿qué otra cosa hice? Bueno, los artículos tienen entre nueve y dieciséis años de antigüedad y el envejecimiento se nota aquí y allá. Me siento bastante contento de que el progreso de la ciencia no haya eliminado ni dañado seriamente a ninguno de los artículos aquí incluidos, pero había que hacer algunos cambios menores y los hemos hecho.

Al hacerlo he tratado de no enmendar el contenido de los artículos, ya que ello los habría privado a ustedes del placer de verme comer mis propias palabras de vez en cuando o, de alguna manera, de masticarlas un poquito. De modo que he efectuado cambios agregando notas al pie de página en varios

[1] Bueno, ¡empiece a formar una! (N. del A.)

[2] Claro que en los cinco libros agotados hay diecisiete ensayos que no habían aparecido en ninguna de las cuatro colecciones, pero que constituyen un conjunto heterogéneo. Tal vez cuando otros libros de ensayos míos se agoten, podré combinar algunos de ellos con artículos adicionales provenientes de libros posteriores para sumarlos a estas colecciones especializadas por temas. (N. del A.)

lugares, allí donde hacía falta modificar algo que había dicho o donde me veía obligado a cambiar algo para que no apareciera información errónea en el artículo. Donde fue necesario hacer algunos cambios menores en las estadísticas, y haberlo hecho en las notas al pie hubiera sido insoportablemente incómodo, tuve que corregir el artículo, pero en esos casos advierto al lector que lo estoy haciendo.

Además de esto, mis buenos amigos de la Doubleday han decidido presentar estos libros sobre las distintas disciplinas de la ciencia en un formato consistente y más elaborado que el que han empleado para mis colecciones ordinarias de ensayos, y han agregado ilustraciones cuyas leyendas (preparadas por mí) proporcionan información adicional a la que figura en los mismos ensayos.

Finalmente, ya que el tema es mucho más homogéneo que mis colecciones ordinarias de ensayos misceláneos, he preparado un índice (aunque debo admitir que éste va a ser menos útil en este caso que en los tres primeros libros de la serie).

Así que, aunque los ensayos aislados son viejos, espero que igual ustedes encuentren al libro novedoso y agradable. Por lo menos les he explicado, con toda honestidad y precisión, qué fue lo que hice y por qué. El resto depende de ustedes.

Nueva York, noviembre de 1975 ISAAC ASIMOV

Parte 1 Los números y la numeración

1

La nada cuenta

Aun después de cinco siglos de haber caído en desuso, los números romanos parecen ejercer una fascinación especial sobre la mente inquieta.

Tengo la teoría de que la razón para que así suceda es que los números romanos halagan al ego. Cuando se pasa ante una piedra fundamental que dice: "erigido en MCMXVIII", se adquiere una sensación de poder al decir para sí: "Ah, sí, mil novecientos dieciocho". Sea cual fuere la razón, merecen una discusión más extensa.

La noción de número y de contar, así como los nombres de los números más pequeños y más comúnmente empleados, se remonta a épocas prehistóricas, y yo no creo que haya hoy sobre la Tierra una tribu de seres humanos, por más primitiva que sea, que no tenga alguna noción del número.

Con la invención de la escritura (un paso que define la línea de separación entre lo "prehistórico" y lo "histórico"), tuvo que darse el paso siguiente: había que escribir los números. Por supuesto que uno puede inventar fácilmente símbolos escritos para las palabras que representan números dados; es tan fácil como escribir cualquier otra palabra. En castellano podemos escribir el número de dedos de una mano como "cinco" y el número de dígitos de las cuatro extremidades como "veinte".

Pero ya desde el comienzo de la cuestión los recaudadores de impuestos de los reyes, los cronistas y los escribas notaron que los números tienen la peculiaridad de estar ordenados. Había una forma determinada de contar números, y cualquier número podía definirse contando hasta llegar a él. Entonces, por qué no hacer signos que se contarán hasta llegar al número en cuestión.

Así, si hacemos que “uno" se represente por ’ y "dos" por ’’, y "tres" por ’’’, podemos determinar sin problemas el número indicado por un símbolo dado. Usted puede ver, por ejemplo, que el símbolo ’’’’’’’’’’’’’’’’’’’’’’’ quiere decir "veintitrés". Más aún, este símbolo es universal. En cualquier idioma que usted cuente el símbolo representará el número "veintitrés", sea cual fuere el sonido que su idioma particular emplee para representarlo.

Se hace difícil leer demasiados signos en sucesión ininterrumpida, así que es bastante natural separarlos en grupos más pequeños. Si estamos acostumbrados a contar con los dedos de una mano, parece natural repartir a los signos en grupos de cinco. "Veintitrés" se convierte entonces en ’’’’’ ’’’’’ ’’’’’ ’’’’’ ’’’. Si somos más avezados y usamos las dos manos para contar, podríamos escribir ’’’’’’’’’’ ’’’’’’’’’’ ’’’. Si andamos descalzos y también empleamos los dedos de los pies, podremos separar a los números en grupos de veinte.

Los tres métodos de repartir símbolos numéricos en grupos que se pueden manejar más fácilmente han dejado sus huellas en los diversos sistemas de numeración de la humanidad, pero el favorito fue la división en grupos de diez. Después de todo, veinte símbolos por grupo son demasiados para visualizar fácilmente, mientras que cinco símbolos por grupo darán lugar a demasiados grupos a medida que los números vayan creciendo. La división en grupos de diez representa el término medio más acertado. Continuando, parece natural designar a los grupos de diez por medio de un signo distinto. No hay ninguna razón para insistir en escribir un grupo de diez empleando cada vez ’’’’’’’’’’, cuando para ese fin se puede usar un signo diferente como un **-**, por ejemplo. En ese caso "veintitrés" se podría escribir como **--**’’’.

Una vez que usted ha comenzado a andar por este camino, los pasos siguientes están a la vista. Cuando llegue usted a tener diez grupos de diez (cien), usted puede adoptar otro símbolo como el **+**, por ejemplo. Diez cientos, o sea mil, puede indicarse por un **=**, etcétera. En ese caso el número "cuatro mil seiscientos setenta y cinco" se puede escribir como **= = = = + + + + + + ———** ’’’’’.

Para hacer que un conjunto de símbolos como éste se pueda visualizar más fácilmente, podemos sacar ventaja de la capacidad del ojo para formar una figura. (Usted sabe bien de qué manera puede leer los números de un mazo de naipes o de un par de dados con sólo mirar las figuras.) Por lo tanto, podríamos escribir "cuatro mil seiscientos setenta y cinco" como

= = + + + ’’’
= = + + + ’’

Y a decir verdad, los antiguos babilonios usaban justamente este sistema para escribir números, pero empleaban signos cuneiformes[3].

[3] Cuneiforme (del latín cunes = cuña, forma = figura), que tiene figura de cuña. (N. del T.)

En las primeras etapas de su desarrollo, los griegos usaron un sistema semejante al de los babilonios, pero en épocas posteriores se generalizó un método alternativo. Recurrieron al empleo de otro sistema ordenado: el de las letras del alfabeto.

Es natural correlacionar el alfabeto con el sistema de numeración. En nuestra niñez nos enseñan los dos más o menos al mismo tiempo, y los dos sistemas ordenados de objetos tienden a corresponderse en forma natural. La sucesión "a, be, ce, de..." nos entra con tanta facilidad como "uno, dos, tres, cuatro...", y no hay ninguna dificultad en sustituir una por la otra.

Si usamos símbolos no diferenciados, tales como ”””” para el "siete", todas las componentes del símbolo serán idénticas y todas sin excepción deberán aparecer, si es que el símbolo quiere decir "siete" y ninguna otra cosa. Por otra parte, si "ABCDEFG" representa el "siete" (cuente las letras y verá) entonces, ya que cada símbolo es distinto, sólo es necesario escribir el último. Usted no puede equivocarse, por el hecho de que G es la séptima letra del alfabeto y por lo tanto representa al "siete". De esta manera un símbolo de una sola componente hace el mismo trabajo de un símbolo de siete componentes. Además ””” (seis) se parece mucho a ”””” (siete), mientras que F (seis) no se parece para nada a G (siete).

Por supuesto que los griegos usaban su propio alfabeto, pero aquí emplearemos nuestro alfabeto para toda la demostración: A = uno, B = dos, C = tres, D = cuatro, E = cinco, F = seis, G = siete, H = ocho, I = nueve y J = diez.

Podríamos continuar, haciendo que la letra K sea igual a "once", pero a ese ritmo nuestro alfabeto sólo nos va a permitir llegar hasta "veintiséis". Los griegos emplearon un sistema mejor. La noción babilónica de grupos de diez había dejado sus huellas. Si J = diez, J no sólo equivale a diez objetos, sino también a una decena o grupo de diez. Entonces, ¿por qué no continuar empleando las letras siguientes para numerar decenas o grupos de diez?

En otras palabras J = diez, K = veinte, L = treinta, M = cuarenta, N = cincuenta, O = sesenta, P = setenta, Q = ochenta, R = noventa. Luego podemos pasar a numerar las centenas o grupos de cien: S = cien (un ciento), T = doscientos, U = trescientos, V = cuatrocientos, W - quinientos, X = seiscientos, Y = setecientos, Z = ochocientos. Sería conveniente pasar a novecientos, pero se nos han terminado las letras. No obstante, en los alfabetos antiguos se solía colocar al ampersand (&) al final del alfabeto, así que podemos decir que & = novecientos.

En otras palabras, las primeras nueve letras representan las unidades, de uno a nueve; las segundas nueve letras representan las decenas, de uno a nueve; las terceras nueve letras representan las centenas, de uno a nueve. (Durante el período clásico el alfabeto griego tenía solamente veinticuatro letras, pero se necesitaban veintisiete, de modo que los griegos hicieron uso de tres letras arcaicas para completar la lista.)

El sistema posee sus ventajas y desventajas sobre el sistema babilónico. Una ventaja reside en que cualquier número menor que mil puede escribirse con tres símbolos. Por ejemplo, en el sistema que acabo de establecer empleando nuestro alfabeto, seiscientos setenta y cinco es XPE, mientras que ochocientos dieciséis es ZJF.

Sin embargo, una desventaja del sistema griego radica en que para usar los números hasta mil se deben memorizar cuidadosamente los significados de veintisiete símbolos distintos, mientras que en el sistema babilónico se debían memorizar sólo tres símbolos diferentes,

Además el sistema griego se termina de manera natural cuando se han empleado todas las letras del alfabeto. Novecientos noventa y nueve (&RI) es el número más grande que se puede escribir sin recurrir a marcas especiales para señalar que un símbolo dado representa las unidades de mil, las decenas de mil, etc. Más adelante voy a volver a referirme a esta cuestión.

Una desventaja más bien sutil del sistema griego residía en que se usaban los mismos símbolos para los números y para las palabras de modo que la mente podía distraerse con facilidad. Por ejemplo, los judíos de la era grecorromana adoptaron el sistema griego para representar los números pero, por supuesto, emplearon el alfabeto hebreo... y muy pronto tuvieron dificultades. El número "quince" debería escribirse, naturalmente, como "diez-cinco" Pero en el alfabeto hebreo "diez-cinco" representa una versión abreviada del inefable nombre del Señor, y los judíos, inquietos ante el sacrilegio, hicieron que el "quince" se representara como "nueve-seis".

Lo que es peor todavía, las palabras en el sistema grecohebreo parecen números. Por ejemplo, empleando nuestro propio alfabeto, WRA es "quinientos noventa y uno". Generalmente, en el sistema alfabético no interesa en qué orden colocamos los símbolos (aunque, según ya veremos, esto no es cierto para los números romanos que también son alfabéticos) y WAR[4] también quiere decir "quinientos noventa y uno". (Al fin y al cabo, si queremos podemos decir "quinientos uno y noventa".)En consecuencia, es fácil creer que hay algo belicoso, marcial y de significado nefasto en el número "quinientos noventa y uno".

[4] En inglés war quiere decir guerra. (N. del T.)

Los judíos, al estudiar meticulosamente cada sílaba de la Biblia, en su esfuerzo por copiar la palabra del Señor con la exactitud que la veneración exige, veían números en todas las palabras; y en los tiempos del Nuevo Testamento surgió todo un sistema místico en torno de las interrelaciones numéricas dentro de la Biblia. Este fue el acercamiento más próximo de los judíos a la matemática, y a esta numeración de las palabras ellos la denominaron gematría, que es una distorsión de la palabra griega geometría. Actualmente la llamamos "numerología".

Hoy día todavía existen algunos pobres de espíritu que asignan números a las distintas letras y deciden cuáles son los nombres que dan buena suerte y cuáles los que dan mala suerte, qué muchacho debería casarse con qué chica, etc. Es una de las pseudociencias más ridículas.

Hay un caso en que un fragmento de gematría ha tenido repercusiones en la historia posterior. Este fragmento se puede hallar en "La Revelación de San Juan el Divino", el último libro del Nuevo Testamento, libro que está escrito en un estilo místico que hace dificilísima la interpretación literal. A mí las razones de la falta de claridad me parecen muy obvias. El autor de la Revelación estaba denunciando al gobierno romano, y se exponía abiertamente a una acusación de traición y a la ulterior crucifixión si sus palabras resultaban demasiado claras. En consecuencia, hizo un esfuerzo para redactar de una manera que fuera perfectamente clara para su audiencia de "iniciados", pero que al mismo tiempo resultara completamente incomprensible para las autoridades romanas.

En el capítulo decimotercero él habla de bestias con poderes diabólicos y en el versículo decimoctavo dice: "Aquí hay sabiduría. El que tiene entendimiento, cuente el número de la bestia, pues es número de hombre. Y su número es seiscientos sesenta y seis".

Está claro que esto no está destinado a otorgar sagrada sanción a la pseudociencia de la gematría, sino simplemente a servir de guía para ubicar a la persona real involucrada en la oscura simbología del capítulo. Por todo lo que se sabe, la Revelación[5] fue escrita sólo unas pocas décadas después de la gran persecución de los cristianos en tiempos de Nerón. Si se escribe en caracteres hebreos el nombre de Nerón ("Nerón Caesar"), la suma de los números que representan las distintas letras da por resultado efectivamente seiscientos sesenta y seis, "el número de la bestia".

Por supuesto que hay otras interpretaciones posibles. De hecho, si se supone que la Revelación tiene vigencia para todos los tiempos y no sólo para el período especial en el que fue escrito, también puede referirse a algún Anticristo del futuro. Por esa razón, generación tras generación, la gente ha hecho intentos por demostrar que, haciendo los adecuados malabarismos con las letras de un nombre en el idioma adecuado, y asignando números convenientes a las distintas letras, un cierto enemigo personal terminaba por poseer el número de la bestia.

Si los cristianos se lo pudieron asignar a Nerón, en el siglo siguiente los judíos mismos se lo pudieron haber achacado fácilmente a Adriano, de haberlo deseado. Cinco siglos después se lo pudo haber aplicado (y así ocurrió) a Mahoma. En tiempos de la Reforma los católicos "calcularon" el nombre de Martín Lutero y encontraron que tenía el número de la bestia y los protestantes devolvieron el cumplido haciendo el mismo descubrimiento en el caso de varios de los Papas.

Todavía después, cuando las rivalidades religiosas fueron remplazadas por las nacionalistas, Napoleón Bonaparte y Guillermo II fueron tratados en la forma apropiada. Sin ir más lejos, unos pocos minutos de trabajo con mi propio sistema de numeración alfabética me demuestran que "Herr Adollf Hitler" tiene el numero de la bestia. (Tuve que recurrir a una "l" adicional para que funcionara bien.)

El sistema romano de símbolos numéricos tiene semejanzas con ambos sistemas, con el griego y con el babilónico. Al igual que los griegos, los romanos usaban las letras del alfabeto. Pero no las empleaban en orden, sino que usaban sólo unas pocas letras que repetían tantas veces como fuera necesario, como en el sistema babilónico. A diferencia de los babilonios, los romanos no inventaron un símbolo nuevo para cada incremento de diez veces en el número, sino que (de una manera más primitiva) también emplearon símbolos nuevos para aumentos de cinco veces.

De modo que, para comenzar, el símbolo para el "uno" es I, y los números "dos", "tres" y "cuatro" se pueden escribir II, III y IIII.

Pero el símbolo para el cinco no es IIIII, sino V. La gente se ha entretenido sin mayor provecho tratando de descubrir las razones que hubo para elegir las distintas letras como símbolos, pero no existe ninguna explicación que sea aceptada universalmente. No obstante, es agradable pensar que I representa un dedo extendido y que V podría simbolizar la mano entera con sus cinco dedos: una rama de la V sería el pulgar extendido y la otra, los demás dedos. Luego, para los números "seis", "siete", "ocho" y "nueve" tendríamos VI, VII, VIII y VIIII.

Del mismo modo, para el "diez" tendríamos X, que representa (según alguna gente cree) las dos manos unidas por las muñecas. El "veintitrés" sería XXIII, el "cuarenta y ocho" sería XXXXVIII, etcétera.

El símbolo del "cincuenta" es L, el de "cien" es C, el de "quinientos" es D y el de "mil" es M. Los símbolos C y M son fáciles de entender, ya que C es la primera letra de centum (que quiere decir "cien") y M es la primera letra de mille (mil).

[5] También conocida como Apocalipsis. (N. del T.)

Sin embargo, por esa misma razón estos símbolos son sospechosos. Al ser letras iniciales, es posible que hayan pasado a ocupar el lugar de los símbolos originales para esos números, cuyo significado no está claro. Por ejemplo, el símbolo alternativo de mil se parece a esto: Φ. Medio millar o "quinientos" es la mitad derecha de dicho símbolo, o sea P, y éste se puede haber convertido en una D. En cuanto a la L que representa al "cincuenta", no sé por qué razón se la usa.

De modo que ahora podemos escribir mil novecientos sesenta y cuatro en números romanos como sigue: MDCCCCLXIIIL

Una ventaja de escribir los números según este sistema consiste en que no interesa en qué orden se los escribe. Si yo decido escribir el mil novecientos sesenta y cuatro como CDCLIIMXCICI, todavía habrá de representar al mil novecientos sesenta y cuatro cuando sume los valores numéricos de cada letra. Pero no es probable que a nadie se le ocurra revolver las letras de esta manera. Si se escribieran las letras en estricto orden descendente, como lo hice la primera vez, sería mucho más simple sumar los valores de las letras. Y, en realidad, este orden descendente se usa casi siempre (excepto en algunos casos especiales).

Una vez que el orden en que se escriben las letras en los números romanos se ha convertido en una convención aceptada, uno puede recurrir a desviaciones de ese orden establecido si con ello se logra simplificar las cosas. Por ejemplo, supongamos que decidimos que cuando un símbolo de menor valor sigue a uno de mayor valor, los dos números se suman, mientras que si el símbolo de menor valor precede a uno de mayor valor, el primero se resta del segundo. De esta manera VI es "cinco" más "uno", o sea "seis"; mientras que IV es "cinco" menos "uno", o sea "cuatro". (Uno podría llegar a decir que IIV es el "tres", pero por convención no se acepta restar más de un símbolo.) Del mismo modo LX es "sesenta", mientras que XL es "cuarenta", CX es "ciento diez", mientras que XC es "noventa"; MC es "mil cien", mientras que CM es "novecientos"; etcétera.

El valor de este "principio sustractivo" consiste en que dos símbolos pueden hacer el trabajo de cinco. ¿Por qué escribir VIIII si puede usted escribir IX; o DCCCC si puede escribir CM? El año mil novecientos sesenta y cuatro, en lugar de escribirse MDCCCCLXIIII (doce símbolos) se puede escribir como MCMLXIV (siete símbolos). Por otra parte, una vez que le ha dado importancia al orden en que se escriben las letras, usted ya no puede trastocarlas por mas que lo desee. Por ejemplo, si cambiamos el orden de MCMLXIV para dar MMCLXVI, lo convertimos en "dos mil ciento sesenta y seis".

El principio sustractivo se empleó de vez en cuando en la Antigüedad, pero no fue adoptado oficialmente hasta la Edad Media Una teoría interesante para esta demora tiene que ver con la aplicación más simple del principio, la que se refiere al IV ("cuatro"). Estas dos letras son las primeras de la palabra IVPITER, el máximo dios de los romanos, y es posible que éstos hayan tenido cierto recelo antes de escribir siquiera el comienzo del nombre. Aún hoy, en las esferas de los relojes donde aparecen números romanos, el "cuatro" se representa como IIII y nunca como IV. Esto no se debe a que en las esferas no se emplee el principio sustractivo, puesto que el "nueve" se representa como IX y nunca VIIII.

Con los símbolos que hemos dado hasta ahora podemos llegar a escribir hasta el número romano que representa la cifra "cuatro mil novecientos noventa y nueve". Este sería MMMMDCCCCLXXXXVIIII o, si se emplea el principio sustractivo, MMMMCMXCIX. Usted podría suponer que "cinco mil" (el número siguiente) podría escribirse MMMMM, pero ello no es del todo correcto. Estrictamente hablando, el sistema romano nunca requiere que un símbolo sea repetido más de cuatro veces. Siempre se inventa un símbolo nuevo para evitar que eso ocurra: IIIII = V, XXXXX = L y CCCCC = D. Pero, entonces, ¿cómo se representa MMMMM?

No se decidió ninguna letra para representar al "cinco mil". En la Antigüedad era raro recurrir en la vida diaria a números tan altos. Y si los eruditos y los recaudadores de impuestos tenían que emplear números más grandes, sus sistemas no trascendían al hombre común.

Un método para alcanzar el "cinco mil" o una cantidad mayor consiste en emplear una barra para representar los miles. Así, el

$$\overline{V}$$

no representa "cinco" sino "cinco mil". Y sesenta y siete mil cuatrocientos ochenta y dos será

$$\overline{LXVII}\ CDLXXXII$$

Pero existe otro método para escribir números grandes que nos hace retornar al símbolo primitivo del "mil", o sea (I). Agregando líneas curvas podemos incrementar el número por un factor diez cada vez. Así "diez mil" será ((I)), mientras que "cien mil" será (((I))). Luego, de la misma manera que "quinientos" era I), o sea D, "cinco mil" será I)) y "cincuenta mil será I))).

Aunque nuestro sistema familiar de numeración está basado en el 10 y en las potencias del 10, los números romanos están basados en el 5 y en el 10, con símbolos especiales para el 1, 5,10, 50,100, 500 y 1.000. Obviamente esto proviene de que tenemos cinco dedos en cada mano y diez dedos en total.

En una sociedad de individuos descalzos no sería necesario un salto intelectual para decidirse a fundar un sistema de numeración basado en el número 20. Los mayas de la América Central contaban por

decenas y veintenas y tenían símbolos especiales para el 20, para el 400 (20^2), el 8.000 (20^3), el 160.000 (20^4), etcétera.

Aunque en la tradición occidental no existe ningún sistema de numeración vigesimal (por veintenas), en el idioma inglés todavía se cuenta por veintenas ("scores") y se dice "cuatro veintenas y siete" (four score and seven) para indicar 87. Esto de contar por veintenas se hizo tan común que la palabra score significa universalmente el número de tantos en un juego.

También se emplean los sistemas duodecimales, por lo menos en el lenguaje hablado aunque no en los símbolos, debido a que el 12 se puede dividir exactamente por 2, 3, 4 y 6. Así es como hablamos de docenas y de gruesas; una gruesa es una docena de docenas, o sea 144. En este sentido, los antiguos sumerios empleaban un sistema sexagesimal (basado en el número 60), y todavía hoy tenemos 60 segundos en el minuto y 60 minutos en la hora.

De la misma manera que los romanos recurrieron a signos especiales para indicar los millares, los griegos también lo hicieron. Más aún, los griegos emplearon signos especiales para las decenas de mil y para los millones (o, por lo menos, algunos escritores griegos así lo hicieron). No debe sorprendernos que los romanos no hayan seguido adelante con esto hasta alcanzar el extremo que la lógica permite. Los romanos se jactaban de no ser intelectuales. Pero lo que nunca dejará de asombrarme es que los griegos tampoco lo hayan hecho.

Supongamos que, en lugar de construir signos especiales solamente para los números grandes, uno construyera signos especiales para cada tipo de grupo, comenzando por las unidades. Si nos atenemos al sistema que introduje al comienzo del capítulo (es decir aquel en que **’** representa las unidades, **-** representa las decenas, **+** representa las centenas y **=** representa los miles), entonces podríamos arreglarnos con sólo un conjunto de nueve símbolos. Podríamos escribir cada número con un pequeño sombrerito que indicase el tipo de grupo: **= + - ’**. De esa manera, para escribir "dos mil quinientos ochenta y uno" podríamos arreglarnos solamente con las letras de la A hasta la I y escribir

= + - ’

BEHA

Más aún, para el "cinco mil quinientos cincuenta y cinco" podríamos escribir

= + - ’

EEEE

No habría ninguna confusión con todas estas "E", ya que el símbolo que aparece sobre cada E indica que una es un “cinco”, otra es un "cincuenta", otra un "quinientos" y la otra un "cinco mil”. Empleando signos adicionales para las decenas de mil, las centenas de mil, las unidades de millón, etcétera, todo numero por grande que sea, podrá escribirse en la misma forma.

Pero no es sorprendente que esto no se haya divulgado. Aun suponiendo que un griego haya pensado en algo así, lo habría rechazado para no tener que escribir esos símbolos minúsculos. En una era en que las copias se hacían a mano los símbolos adicionales significaban un trabajo extra al cual los escribientes se habrían opuesto con furor.

Es cierto que uno podría decidir sin dificultad que los símbolos no son necesarios. Se puede aceptar que los grupos pueden escribirse siempre de derecha a izquierda en forma ascendente. Las unidades estarían en el extremo derecho, las decenas a continuación a la izquierda, después las centenas, etcétera. En ese caso, BEHA sería "dos mil quinientos ochenta y uno" y EEEE sería "cinco mil quinientos cincuenta y cinco", aunque no les coloquemos los simbólicos encima.

Pero aquí se deslizaría una dificultad. ¿Qué pasaría si en un número dado no hubiera ninguna decena, o tal vez ninguna unidad? Consideremos el número "diez" o el número "ciento uno". El primero está formado por una decena y ninguna unidad, mientras que el segundo está constituido por una centena, ninguna decena y una unidad. Usando símbolos sobre las columnas, los números podrían escribirse como

-’ + - ’

A y AA

respectivamente, pero en este caso usted no puede olvidarse de los simbolitos. Si lo hiciera, ¿cómo podría diferenciar a una A que significa "diez" de una A que significa "uno", o AA que significa "ciento uno" de AA que significa "once" o de AA que significa "ciento diez"?

Se puede intentar dejar un espacio de modo de indicar "ciento uno" mediante A A. Pero entonces, en una época en que se copia a mano, ¿cuánto tiempo pasará sin que ese símbolo se convierta en AA o, llegado el caso, cuánto tardará AA en convertirse en A A? Además ¿cómo indica usted un espacio al final de un símbolo? No, aunque los griegos hubieran pensado en este sistema, obviamente habrían llegado a la conclusión de que la existencia de espacios dentro de los números haría impracticable esta simplificación que intentamos. Decidieron que era más seguro dejar que J represente al "diez" y que SA represente al "ciento uno" y ¡al Hades con los simbolitos!

Lo que ningún griego llegó a pensar —ni siquiera el mismo Arquímedes— es que no era en absoluto necesario trabajar con espacios. Uno podía llenar el espacio con un símbolo que signifique nada, es decir "ninguna unidad de tal orden". Supongamos que para ello empleamos el signo $. Entonces, si "ciento uno" está constituido por una centena, ninguna decena y una unidad, se lo puede escribir A$A. Si hacemos algo por el estilo, todos los espacios se eliminan y no necesitamos los simbolitos encima. "Uno" se escribe A, "diez" se escribe A$, "cien" se escribe A$$, "ciento uno" se escribe A$A, "ciento diez" se escribe AA$, etcétera. Cualquier número, por grande que sea, puede escribirse empleando exactamente nueve letras más un símbolo que representa la nada. No cabe duda de que esto es lo más simple del mundo... una vez que a uno se le ha ocurrido.

Pero le llevó al hombre cerca de cinco mil años, a partir del comienzo de los símbolos numéricos, concebir un símbolo que representa la nada. No se sabe quién fue el hombre que lo logró, sin duda uno de los pensadores más creativos y originales de la historia. Sólo sabemos que fue un hindú que vivió no después del siglo noveno.

Los hindúes denominaron a este símbolo sunya, que quiere decir "vacío". Este símbolo de la nada fue recogido por los árabes, quienes lo denominaron céfer, que en su idioma quería decir "vacío". Esta palabra dio origen en inglés: "cipher" y "zero". (Esta última por intermedio de zefirum.)[6]

Con mucha lentitud el nuevo sistema de números (denominados "arábigos" porque los europeos los aprendieron de los árabes) llegó a Occidente y reemplazó al sistema romano.

Debido a que los números arábigos provenían de países que no usaban el alfabeto romano, las formas de los números no se parecían en nada a las letras del alfabeto romano, y esto también era ventajoso. Terminó con la confusión entre las letras y los números, y redujo la gematría, ocupación cotidiana que podía practicar cualquiera que supiese leer, a una tontería molesta por la que muy pocos podrían preocuparse.

Los números arábigos como los usamos ahora son, por supuesto, 1, 2,3,4,5,6,7,8,9 y el importantísimo 0. Tanta es nuestra confianza en estos números (que son aceptados internacionalmente) que ni siquiera somos conscientes del grado hasta el cual dependemos de ellos. Por ejemplo, si este capítulo le ha parecido un tanto raro, tal vez se deba a que deliberadamente evité emplear números arábigos en todo su desarrollo.

Todos sabemos la gran simplicidad que los números arábigos han traído al cálculo aritmético. La carga innecesaria de que han liberado a la mente humana, debido a la presencia del cero, es simplemente incalculable. Este hecho tampoco ha pasado inadvertido en el idioma. La importancia del cero se refleja en el hecho de que una de las acepciones (si bien algo arcaica) de la palabra cifra es "suma y compendio"[7]. Y cuando interpretamos un código decimos que lo "desciframos".

Además de la mayor facilidad de cálculo que permiten los números arábigos, cuando se los compara con cualquier otro sistema que haya inventado el hombre, está su compactibilidad. Imaginen toda la información numérica de la tabla que damos aquí traducida a números romanos (o de cualquier otra clase). Resultaría una masa voluminosa que sólo tendría sentido para un experto.

Por ejemplo, nada más que por el número de cifras, es evidente que el número 12.000 es más grande que el 787. Esto no se puede hacer en ningún otro sistema de numeración. Por ejemplo, de los dos números XVIII y XL, el que tiene dos símbolos es más de dos veces mayor que el que tiene cinco símbolos.

Por supuesto que también hay desventajas en el sistema arábigo de numeración. En él no existe ninguna redundancia[8].

Cada cifra tiene un solo valor absoluto y sólo uno, y cada lugar tiene un solo valor relativo y sólo uno. Quite una sola cifra o cámbiela de lugar por error y estará perdido. Por ejemplo, en las palabras hay redundancia. Quite una letra de la palabra "redundancia" y tendrá "redundncia", pero es muy difícil que exista alguien que no perciba la palabra correcta. O invierta dos letras y tendrá "rednudancia", y la gente verá el error y lo dejará pasar.

Por otra parte, cambie el 2.835 por el 235 omitiendo el 8, o por el 2.385 invirtiendo dos cifras, y no habrá ninguna forma de notar que se ha cometido un error, ni de recuperar el valor correcto.

De modo que si usted vuelve a mirar el titulo de este capitulo, vera que soy cínico. Lo que digo tiene un significado literal. ¡la nada cuenta! El símbolo de la nada tiene toda la importancia del mundo

[6] También dio origen a los términos castellanos cero y cifra. (N. del T.)
[7] En el texto original el autor se refiere al verbo inglés "cipher", que significa calcular o numerar. (N. del T.)
[8] El autor emplea la palabra redundancia en el sentido que se le da en la teoría de la información: repetición deliberada en un mensaje, que tiene por objeto disminuir la posibilidad de error. (N. del T.)

2

Uno, diez... ¿Cómo sigue?

Siempre me ha desconcertado un poco mi incapacidad para resolver acertijos matemáticos, ya que (en el fondo de mi corazón) siento como si esto fuera incompatible conmigo mismo. Por cierto que muchos de mis queridos amigos han intentado la explicación de que en lo profundo de mi ser reposa una vena de estupidez hábilmente escondida, pero de alguna manera esta teoría nunca me ha convencido.

Lamentablemente no tengo ninguna otra explicación que dar.

Entonces puede usted imaginarse que cuando me encuentro con un problema para el que puedo encontrar la respuesta, mi corazón canta de alegría. Esto me ocurrió una vez cuando era muy joven, y nunca me he olvidado. Déjeme que le explique con cierto detalle, pues así llegaré adonde deseo llevarlo.

En esencia, el problema es éste. A usted le dan el número que desee de pesas de valores enteros: de un gramo, dos gramos, tres gramos, cuatro gramos, etc. De ellas usted debe elegir un número suficiente para que, sumándolas de manera apropiada, pueda pesar cualquier número entero de gramos desde uno hasta mil. Bueno, entonces ¿cómo se deben elegir las pesas de manera de tener el menor número posible que nos permita lograr lo propuesto?

Yo razoné de esta manera...

Tengo que comenzar con una pesa de 1 gramo, ya que es la única manera de pesar un gramo. Si ahora tomo una segunda pesa de 1 gramo puedo pesar dos gramos usando ambas pesas de 1 gramo. Pero puedo ahorrar pesas si, en lugar de una segunda pesa de 1 gramo tomo una de 2 gramos, pues entonces no solo puedo pesar dos gramos con esta nueva pesa, sino que también puedo pesar tres gramos empleando la de 2 gramos mas la de 1 gramo.

¿Cómo sigo? ¿una pesa de 3 gramos, quizá? Eso seria antieconómico, porque tres gramos ya se pueden pesar con las de 2 gramos más la de 1 gramo. De modo que di un paso mas y elegí una pesa de 4 gramos. Eso no sólo me dio la posibilidad de pesar cuatro gramos, sino también cinco gramos (4 gramos más 1 gramo), seis gramos (4 gramos más 2 gramos) y siete gramos (4 gramos mas 2 gramos mas 1 gramo).

A esta altura comenzaba a percibir un cierto patrón constante. Si siete gramos era el máximo que podía alcanzar, en el paso siguiente tendría que elegir una pesa de 8 gramos y eso me llevaría hasta quince gramos (8 gramos mas 4 gramos mas 2 gramos mas 1 gramo) pasando por todos los pesos enteros intermedios. El peso siguiente era el de 16 gramos, y ya veía claramente que para pesar cualquier numero de gramos uno tenia que tomar una serie de pesas (empezando con la de 1 gramo), cada una de las cuales fuera el doble de la anterior.

Eso significaba que yo podía pesar cualquier numero de gramos desde uno hasta mil mediante diez y solo diez pesas: de 1 gramo, 2 gramos, 4 gramos, 8 gramos, 16 gramos, 32 gramos, 64 gramos, 128 gramos, 256 gramos y 512 gramos. En realidad estas pesas me permitían llegar hasta 1.023 gramos.

Ahora podemos olvidarnos de los pesos y trabajar con números solamente. Usando los números, 1,2,4,8,16,32,64,128,256 y 512 y solo esos, usted puede expresar cualquier otro número hasta el 1.023 inclusive, sumando dos o mas de ellos. Por ejemplo, el numero 100 se puede expresar como 64 mas 32 mas 4. el numero 729 se puede expresar como 512 mas 128 mas 64 mas 16 mas 8 mas 1. Y, por supuesto, el 1.023 se puede expresar como la suma de los diez números.

Si agrega usted a esta lista de números el 1.024, entonces puede seguir formando números hasta el 2.047; y si luego agrega el 2.048, puede seguir formando números hasta el 4.095; y si luego agrega...

Bueno, si usted comienza con el 1 y lo sigue duplicando indefinidamente, tendrá usted una sucesión de números que mediante sumas adecuadas le permitirán expresar absolutamente cualquier número finito.

Hasta aquí todo esta bien, pero esta sucesión tan interesante de números — 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64,... — parece un tanto desprolija. Seguramente debe haber una forma mas prolija de expresarla. Y aquí la tienen.

Olvidémonos por un minuto del 1 y abordemos el 2. Si lo hacemos podemos empezar con la trascendente afirmación de que 2 es 2 (¿hay oposición?). Pasando al número siguiente, podemos decir que 4 es 2 por 2. Luego, 8 es 2 por 2 por 2; 16 es 2 por 2 por 2 por 2; 32 es... Pero ustedes ya se dan cuenta.

Así que podemos escribir la sucesión (seguimos ignorando el 1) como: 2, 2 por 2,2 por 2 por 2, 2 por 2 por 2 por 2, etc. En todo esto hay una especie de uniformidad y regularidad agradables, pero todos esos 2 por 2 por 2 nos hacen ver manchas. Por lo tanto, en lugar de escribir todos los números 2, sería conveniente contar cuántos 2 se multiplican empleando el método exponencial.

Así, si 4 es igual a 2 por 2, lo llamaremos 2^2 (dos a la segunda potencia o dos al cuadrado). Lo mismo, si 8 es 2 por 2 por 2, podemos indicar que son tres los números 2 que se multiplican escribiendo 8 como 2^3 (dos a la tercera potencia o dos al cubo). Siguiendo esa línea de razonamiento vemos que 16 es 2^4 (dos a la

cuarta potencia), 32 es 2^5 (dos a la quinta potencia), etc. En cuanto al 2 mismo, tenemos un solo número 2 y lo llamamos 2^1 (dos a la primera potencia).

Y algo más. Podemos decidir que 2^0 (dos a la potencia cero) sea igual a 1. (En realidad es conveniente que todo número elevado a la potencia cero sea igual a 1. Así, 3^0 es igual a 1, y también lo son 17^0 y $1.965.211^0$. Pero, por el momento, sólo nos interesa el 2°, y lo tomaremos igual a 1.)

Es decir que en lugar de la sucesión 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64,..., tenemos la sucesión 2°, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6,... Es la misma sucesión si tenemos en cuenta los valores de sus distintos términos, pero la segunda forma de escribirla es de alguna manera más elegante y, según veremos, más útil.

Empleando estas potencias de 2 podemos expresar cualquier número. He dicho antes que 100 puede expresarse como 64 más 32 más 4. Esto quiere decir que se puede expresar como 2^6 más 2^5 más 2^2. Del mismo modo si 729 es igual a 512 más 128 más 64 más 16 más 8 más 1, también se lo puede expresar como 2^9 más 2^7 más 2^6 más 2^4 más 2^3 más 2^0. Y por supuesto que 1.023 es 2^9 más 2^8 más 2^7 más 2^6 más 2^5 más 2^4 más 2^3 más 2^2 más 2^1 más 2^0.

Pero seamos sistemáticos en esto. Estamos empleando diez potencias distintas del 2 para expresar cualquier número por debajo del 1.024, así que nada nos cuesta construirlos a todos. Si no queremos emplear una cierta potencia en la suma que hace falta para expresar un número dado, entonces basta con que la multipliquemos por 0. Si queremos emplearla, la multiplicamos por 1. Esas son las únicas alternativas: o bien usamos una cierta potencia, o no la usamos; o bien la multiplicamos por 1, o por 0.

Empleando un punto para indicar la multiplicación, podemos decir que 1.023 es: $1 \bullet 2^9$ más $1 \bullet 2^8$ más $1 \bullet 2^7$ más $1 \bullet 2^6$ más $1 \bullet 2^5$ más $1 \bullet 2^4$ más $1 * 2^3$ • más $1 \bullet 2^2$ más $1 \bullet 2^1$ más $1 \bullet 2^0$. Hemos empleado todas las potencias. En cambio, al expresar el 729 tendremos: $1 \bullet 2^9$ más $0 \bullet 2^8$ más $1 \bullet 2^7$ más $1 \bullet 2^6$ más $0 \bullet 2^5$ más $1 \bullet 2^4$ más $1 \bullet 2^3$ más $0 \bullet 2^2$ más $0 \bullet 2^1$ más $1 \bullet 2^0$.Y análogamente al expresar el 100 podemos escribir: $0 \bullet 2^9 + 0 \bullet 2^8 + 0*2^7 + 1 \bullet 2^6 + 1 \bullet 2^5 + 0 \bullet 2^4 + 0 \bullet 2^3 + 1 \bullet 2^2 + 0 \bullet 2^1 +0 \bullet 2^0$.

Usted podría preguntar: ¿por qué molestarse en incluir todas esas potencias que después no usa?

Primero usted las escribe y luego las borra multiplicándolas por cero. Sin embargo, la cuestión reside en que si usted las escribe a todas sistemáticamente, sin excepción, luego puede dar por sabido que están allí y omitirlas del todo, quedándose sólo con los unos y los ceros.

Entonces podemos escribir 1.023 como 1111111111; podemos escribir 729 como 1011011001, y podemos escribir 100 como 0001100100.

De hecho, podemos ser sistemáticos en todo esto y, recordando el orden de las potencias, podemos usar las diez potencias para expresar todos los números hasta el 1.023 de esta manera:

0000000001 igual a 1
0000000010 igual a 2
0000000011 igual a 3
0000000100 igual a 4
0000000101 igual a 5
0000000110 igual a 6
0000000111 igual a 7, y así siguiendo hasta
....
1111111111 igual a 1.023.

Por supuesto que no tenemos por qué limitarnos nada más que a diez potencias del número 2, podemos tener once potencias o catorce, o cincuenta y tres, o un número infinito. Pero sería bastante cansador escribir un número infinito de unos y ceros solamente para indicar si cada una de las infinitas potencias del 2 se usa o no se usa. Así que se adopta la convención de omitir todas las potencias altas del número 2 que no se usan en un número dado y comenzar por la potencia más alta que sí se usa, continuando a partir de ésa. En otras palabras, no escriba la línea indefinida de ceros que aparecerían a la izquierda. En ese caso, los números se pueden representar como

1 igual a 1
10 igual a 2
11 igual a 3
100 igual a 4
101 igual a 5
110 igual a 6
111 igual a 7, etcétera.

De esta manera, absolutamente cualquier número se puede expresar como una cierta combinación de unos y ceros, y la verdad es que unas pocas tribus primitivas han empleado un sistema de numeración

como éste. Pero el primer matemático civilizado que lo hizo sistemáticamente fue Gottfried Wilhelm Leibniz[9], hace cerca de tres siglos. Este se sintió maravillado y gratificado porque razonó que el 1, que representa la unidad, era un símbolo evidente de Dios, mientras que el 0 representaba la nada que, además de Dios, también existía en un principio. En consecuencia, si todos los números pueden representarse simplemente empleando el 1 y el 0, seguramente esto es lo mismo que decir que Dios creó al Universo a partir de la nada.

A pesar de tan terrible simbolismo, esta cuestión de los unos y ceros no causó ninguna impresión en absoluto a los hombres de negocios, mas prosaicos. Muy bien puede ser una curiosidad matemática fascinante, pero ningún contador va a trabajar con 1011011001 en lugar de 729.

Pero de repente, resulta que este sistema de numeración basado en dos (también llamado “sistema binario”, palabra que proviene del latín binarius, que significa “dos por vez”) es ideal para las computadoras electrónicas.

Después de todo, los dos dígitos diferentes , el 1 y el 0, se pueden equiparar en la computadora con las dos posiciones distintas de una llave dada: “si” (encendida) y “no” (apagada). Hagamos que “si” represente el 1 y “no” represente el 0. entonces, si la maquina contiene diez llaves, el numero 1.023 se puede indicar como si-si-si-si-si-si-si-si-si-si, el numero 729 será si-no-si-si-no-si-si-no-no-si; y el numero 100 sera no-no-no-si-si-no-no-si-no-no.

Agregando mas llaves podemos expresar cualquier numero que queramos, mediante esta simple combinación de si-no. A nosotros nos puede parecer complicado, pero para la computadora es la simplicidad misma. A decir verdad, ningún otro sistema concebible puede resultar tan simple...para la computadora.

Pero, ya que no somos mas que seres humanos, la pregunta es si nosotros podemos manejar el sistema binario. Por ejemplo, ¿podemos convertir números binarios en números ordinarios, y viceversa? Si nos muestran el numero 110001 del sistema binario, ¿que quiere decir en números ordinarios?

Por cierto que no es difícil contestar. El sistema binario emplea potencias de 2, comenzando con 2^0 en su extremo derecho y creciendo en una potencia por vez a medida que nos movemos hacia la izquierda. Así que podemos escribir el 110001 con unos numeritos debajo que representen los exponentes, en la forma

$$\underset{5}{1}\underset{4}{1}\underset{3}{0}\underset{2}{0}\underset{1}{0}\underset{0}{1}$$

Solamente se emplean los exponentes que están debajo de los números 1, así que 110001 representa 2^5 más 2^4 más 2^0, o sea 32 más 16 más 1. En otras palabras, 110001 del sistema binario es el número 49 de los números ordinarios.

Trabajar en sentido inverso es más simple todavía. Si usted lo desea puede intentar descubrir las potencias del 2 que forman un número ordinario por ensayos sucesivos, pero no hay ninguna necesidad de hacerlo. Hay una rutina que usted puede emplear, que funciona siempre, y la voy a describir (aunque, si usted me disculpa, no me voy a molestar en explicarle por qué funciona).

Suponga que usted quiere convertir un número ordinario al sistema binario. Usted divide al número por 2 y escribe a un lado el resto. (Si el número es par, el resto será cero; si es impar, valdrá 1.) Tomando ahora solamente la parte entera del cociente, la divide por 2 de nuevo, y nuevamente escribe el resto de la división a un costado; y vuelve a operar solamente con la parte entera del nuevo cociente. Continúa usted así hasta parar cuando la parte entera del cociente queda reducida a 0 como resultado de las repetidas divisiones por 2. Los restos que anotó, leídos hacia atrás, le dan el número original en el sistema binario.

Si esto le parece complicado, se lo puede hacer muy simple por medio de un ejemplo. Probemos con el 131:

131 dividido por 2 da 65, el resto es igual a 1
65 dividido por 2 da 32, el resto es igual a 1

[9] Leibniz nació en Leipzig, Sajonia, el 1 de julio de 1646 y fue un niño prodigio. Aprendió solo el latín a los ocho años y el griego a los catorce. Obtuvo un título en leyes en el año 1665 y además fue diplomático, filósofo, autor político y mediador voluntario entre católicos y protestantes. Actuó también como consejero de Pedro el Grande de Rusia. En 1671 fue el primer hombre que desarrolló un aparato mecánico capaz de multiplicar y dividir además de sumar y restar.
Leibniz visitó Londres en 1673, después de lo cual crea esa rama de la matemática que se denomina Cálculo Infinitesimal sobre la cual publicó una obra en 1684. Isaac Newton había desarrollado el cálculo infinitesimal en forma independiente y casi en la misma época, pero Newton era bastante mezquino en las cuestiones en que no intervenía su genio, y acusó a Leibniz de plagio. Hubo una larga batalla entre los defensores de los dos hombres, pero en realidad la concepción de Leibniz era superior, y Gran Bretaña, por sostener tercamente a Newton, quedó rezagada y se estancó en su desarrollo matemático durante un siglo y medio.
En 1700 Leibniz indujo al rey Federico I de Prusia a fundar la Academia de Ciencias de Berlín, de la cual fue el primer presidente. Pero pasó la mayor parte de sus años maduros al servicio de los Electores de Hannover. En 1714 el entonces Elector ocupo el trono de Gran Bretaña como Jorge I y Leibniz estaba ansioso por acompañarlo a Londres.
Pero los reyes solo son notables por su egocentrismo, y Jorge I no necesitaba a Leibniz. Así fue como Leibniz murió en Hannover el 14 de noviembre de 1716, olvidado y despreciado, y a su funeral solo asistió su secretario.

32 dividido por 2 da 16, el resto es igual a 0
16 dividido por 2 da 8, el resto es igual a 0
8 dividido por 2 da 4, el resto es igual a 0
4 dividido por 2 da 2, el resto es igual a 0
2 dividido por 2 da 1, el resto es igual a 0
1 dividido por 2 da 0, el resto es igual a 1

Entonces, en el sistema de base dos, 131 se escribe 10000011.

Con un poco de práctica, cualquiera que sepa la aritmética de cuarto grado puede pasar de los números ordinarios a los números binarios, y viceversa.

El sistema de base dos tiene el valor adicional de convertir las operaciones ordinarias de la aritmética en algo trivialmente simple. Al emplear números ordinarios, nos pasamos varios años durante los primeros grados memorizando el hecho de que 9 más 5 es 14, que 8 por 3 es 24, etcétera.

En cambio, en los números binarios los únicos dígitos que existen son el 1 y el 0, de modo que hay solamente cuatro sumas posibles de dígitos, tomados de a dos: 0 más 0,1 más 0, 0 más 1, y 1 más 1. Las primeras tres dan lo mismo que uno ya sabe de la aritmética ordinaria:

0 más 0 es igual a 0

1 más 0 es igual a 1

0 más 1 es igual a 1

La cuarta suma tiene una leve diferencia. En la aritmética ordinaria 1 más 1 es 2, pero en el sistema binario no hay ningún dígito que tenga la forma 2. Aquí el 2 se representa como 10. Por lo tanto:

1 más 1 es igual a 10 (escribo el 0 y me llevo 1).

Imagínense entonces qué fácil es la suma en el sistema de base1 dos. Si usted quiere sumar 1001101 y 11001, la suma se hará corno sigue:

```
  1001101
+   11001
  -------
  1100110
```

Usted puede seguir fácilmente esta operación empleando la tabla de sumar que le acabo de dar, y si convierte todo a números ordinarios (cosa que también debe poder hacer) verá que la suma que hicimos es equivalente a 77 más 25 igual a 102.

Le puede parecer a usted que seguir todos los unos y ceros es algo verdaderamente difícil, y que la facilidad con que se memorizan las reglas para sumar está más que compensada por la facilidad de perder de vista lo que uno está haciendo. Esto es bastante cierto... para un ser humano. Pero en una computadora es fácil diseñar combinaciones de llaves de encendido-apagado que funcionen de manera que los sí (encendido) y los no (apagado) estén regidos por las reglas de la suma en el sistema binario. Las computadoras no se confunden y, en escasos microsegundos, las oleadas de electrones que saltan por aquí y por allá suman números siguiendo las reglas del sistema binario.

Volviendo a los seres humanos, si usted quiere sumar más de dos números siempre puede, en el peor de los casos, agruparlos en grupos de dos. Si usted quiere sumar 110,101,100 y 111, puede sumar primero 110 y 101 para obtener 1011, luego sumar 100 y 111 para conseguir 1011, y finalmente sumar 1011 y 1011 para conseguir 10110. (La última suma implica sumar 1 más 1 más 1, como resultado de habernos llevado un 1 a una columna que ya tiene 1 más 1. Pues bien, 1 más 1 es 10, y 10 más 1 es 11, así que 1 más 1 más 1 es 11; escribo el 1 y me llevo 1.)

La multiplicación en el sistema binario es más simple todavía. Como antes, hay sólo cuatro combinaciones posibles: 0 por 0, 0 por 1, 1 por 0 y 1 por 1, En este caso, cada multiplicación en el sistema binario es exactamente lo mismo que sería en el sistema ordinario de numeración. En otras palabras:

0 por 0 es 0

0 por 1 es 0

1 por 0 es 0

1 por 1 es 1

Para multiplicar 101 por 1101, tendríamos:

```
     101
  x 1101
  ------
```

```
   101
  000
 101
101
1000001.
```

En números ordinarios esto equivale a decir que 5 por 13 es 65. Como ya se dijo, la computadora puede ser adaptada para manipular los sí y los no de sus llaves según los requisitos de la tabla de multiplicar binaria... y para que pueda hacerlo con una velocidad deslumbrante.

También es posible tener un sistema de numeración basado en potencias del 3 (un sistema de base tres, o "ternario"). La sucesión de números 3^0, 3^1, 3^2 3^3, 3^4, etc. (o sea 1, 3, 9, 27, 81, etc.) se puede usar para expresar cualquier número finito, siempre que se nos permita emplear hasta dos veces cada término de la sucesión.

Así, 17 es 9 más 3 más 3 más 1 más 1; y 72 es 27 más 27 más 9 más 9.

Si usted quiere escribir la sucesión de los números enteros empleando el sistema de base tres, tendrá: 1, 2; 10,11,12; 20, 21 22; 100,101,102; 110,111,112; 120,121,122; 200, etcétera.

También puede usted tener un sistema de numeración de base cuatro que emplea las potencias del 4, donde cada potencia se puede usar hasta tres veces; un sistema de numeración de base cinco que emplea potencias de 5, donde cada potencia se puede usar hasta cuatro veces; etcétera.

Para convertir un número ordinario a cualquiera de estos otros sistemas, usted sólo necesita emplear un procedimiento semejante al que le mostré para convertir números al sistema de base dos: así, dividirá repetidamente por 3 para el sistema de base tres, por 4 para el sistema de base cuatro, etcétera.

Por ejemplo, ya hemos convertido el número ordinario 131 en 110001, dividiendo 131 repetidamente por 2 y usando los restos. Supongamos que ahora dividimos 131 repetidamente por 3 y empleamos los restos:

131 dividido por 3 da	43,	el resto es igual a 2
43 dividido por 3 da	14,	el resto es igual a 1
14 dividido por 3 da	4,	el resto es igual a 2
4 dividido por 3 da	1,	el resto es igual a 1
1 dividido por 3 da	0,	el resto es igual a 1

Por lo tanto, el 131 en el sistema de base tres está formado por les restos escritos de abajo hacia arriba y vale 11212. De manera similar podemos calcular cuánto vale 131 en el sistema de base cuatro, en el sistema de base cinco, etcétera. Aquí tienen una pequeña tabla con los valores de 131 escritos en los distintos sistemas de numeración hasta el de base nueve, inclusive.

sistema de base dos	11000001
sistema de base tres	11212
sistema de base cuatro	2003
sistema de base cinco	1011
sistema de base seis	335
sistema de base siete	245
sistema de base ocho	203
sistema de base nueve	155

Usted puede verificar estos valores calculando las potencias y sumando. En el sistema de base nueve 155 es $1 \cdot 9^2$ más $5 \cdot 9^1$ más $5 \cdot 9^0$. Como 9^2 es 81, 9^1 es 9 y 9^0 es 1, tenemos 81 más 45 más 5, o sea 131. En el sistema de base seis 335 es $3 \cdot 6^2$ más $3 \cdot 6^1$ más $5 \cdot 6^0$. Ya que 6^2 es 36, 6^1 es 6 y 6^0 es 1, tenemos 108 más 18 más 5, o sea 131. En el sistema de base cuatro 2003 es $2 \cdot 4^3$ más $0 \cdot 4^2$ más $0 \cdot 4^1$ más $3 \cdot 4^0$, y como 4^3 es 64, 4^2 es 16, 4^1 es 4 y 4^0 es 1, tenemos 128 más 0 más 0 más 3, o sea 131.

Los otros los puede verificar usted mismo, si gusta.

Pero, ¿hay alguna razón para detenerse en un sistema de base nueve? ¿Puede haber un sistema de base diez? Bueno, supongamos que escribimos el 131 en el sistema de base diez, dividiéndolo sucesivamente por diez:

131 dividido por 10 da 13, el resto es igual a 1 13 dividido por 10 da 1, el resto es igual a 3 1 dividido por 10 da 0, el resto es igual a 1

Por lo tanto, 131 en el sistema de base diez es 131.

En otras palabras, nuestro sistema común de numeración es el sistema de base diez, construido sobre una sucesión de potencias de 10:10^0, 10^1,10^2,10^3, etc. El número 131 es igual a 1 • 10^2 más 3 • 10^1 más 1 • 10^0. Como 10^2 es 100,10^1 es 10 y 10^0 es 1, esto significa que tenemos 100 más 30 más 1, o sea 131.

Así que el sistema de numeración ordinario no tiene nada de básico ni de fundamental. Es un sistema basado en las potencias del 10, porque tenemos diez dedos en las manos y en un principio contábamos con los dedos, pero las potencias de cualquier otro numero reúnen todas las condiciones matemáticas necesarias para formar un sistema de numeración.

Así podemos seguir y construir un sistema de base once y un sistema de base doce. Aquí surge una dificultad. Contando el 0, el numero de dígitos que se necesita para cualquier sistema es igual al numero que se emplea como base.

En el sistema base dos necesitamos dos dígitos distintos: 0 y 1. En el sistema de base tres necesitamos tres dígitos distintos: 0, 1 y 2. En el sistema familiar de base diez necesitamos, por supuesto, diez dígitos distintos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.

Se concluye, entonces, que en el sistema de base once necesitaremos once dígitos distintos, y en el sistema de base doce necesitaremos doce dígitos diferentes. Empleemos el signo $ para el undécimo dígito y el signo # para el duodécimo. Los valores de estos dígitos en el sistema de numeración ordinario y de base diez son:

$ = 10 y # = 11.

Entonces, el 131 en el sistema de base once es:

131 dividido por 11 da 11 el resto es igual a 10 = $
11 dividido por 11 da 1 el resto es igual a 0
1 dividido por 11 da 0 el resto es igual a 1

de manera que 131 en el sistema de base once es 10$.

Y en el sistema de base doce:

131 dividido por 12 da 10 el resto es igual a 11 = #
10 dividido por 12 da 0 el resto es igual a 10 = $

así que 131 en el sistema de base doce es $#.

Y podemos seguir subiendo y subiendo hasta tener un sistema de base 4.583, si queremos (pero con 4.583 dígitos distintos, incluyendo el cero).

Bueno, todos los sistemas de numeración pueden ser válidos, pero ¿qué sistema es el más conveniente? A medida que se emplean bases cada vez más altas, los números se van haciendo cada vez mas cortos. Así, 131 es 11000001 en el sistema de base dos, es 131 en el sistema de base 10 y es $# en el sistema de base doce. Pasa de ocho cifras a tres cifras y a dos cifras. A decir verdad, en un sistema de base 131 (o mayor) se reduciría a una sola cifra. De alguna manera esto significa una mayor conveniencia. ¿quién necesita números largos?

Pero ocurre que el número de dígitos diferentes que debemos emplear para construir los números crece a medida que la base aumenta, y con ello aumentan los inconvenientes. En alguna parte del proceso existe una base intermedia para la cual el número de dígitos distintos no es demasiado alto y el número de cifras de los números que más se usan no es demasiado grande.

Es natural que nos parezca que el sistema de base diez es el término medio más justo. Tener que memorizar diez dígitos distintos no parece ser un precio demasiado elevado cuando, como compensación, son suficientes las combinaciones de cuatro dígitos para construir cualquier número menor que diez mil.

Sin embargo, de vez en cuando aparecen elogios hacia el sistema de base doce. Las combinaciones de cuatro dígitos en el sistema de base doce nos permitirían llegar un poco por encima del veinte mil, pero eso parece ser una recompensa muy exigua a cambio de la tarea de aprender a manipular dos dígitos adicionales. (Los escolares tendrían que aprender operaciones tales como $ más 5 es 13, y # por 4 es 38.)

Pero aquí surge otra cuestión, Cuando usted trabaja con cualquier sistema de numeración, tiende a expresarse en números redondos: 10,100,1.000, etc. Pues bien, 10 en el sistema de base diez es un múltiplo exacto del 2 y del 5, y nada más. En cambio, el "10" del sistema de base doce (que es equivalente al 12 en el sistema de base diez) es un múltiplo exacto del 2, del 3, del 4 y del 6. Esto significa que un sistema de base doce (duodecimal) debería ser más adaptable a las operaciones comerciales y, a decir verdad, este

sistema duodecimal es el que se emplea cada vez que se venden artículos por docenas (12s) y por gruesas (144s), puesto que el 12 vale 10, y el 144 vale 100 en el sistema de base doce.

Pero en esta era de las computadoras la atracción apunta hacia un sistema de base dos. Y como un sistema binario es una mezcla incómoda y antiestética de unos y ceros, existe un término medio posible.

Un sistema de base dos está muy relacionado con un sistema de base ocho, puesto que el 1.000 del sistema binario equivale al 10 del sistema de base ocho, o si lo prefiere 23 equivale a 81. Por lo tanto podemos establecer la correspondencia que sigue;

Sistema de base dos	Sistema de base ocho
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

De esta forma hemos tenido en cuenta todos los dígitos (incluyendo el cero) del sistema de base ocho y todas las combinaciones de tres dígitos (incluyendo el 000) que hay en el sistema de base dos.

En consecuencia, cualquier número escrito en base dos se puede separar en grupos de tres cifras (añadiendo ceros a la izquierda, si resulta necesario) y se lo puede convertir en un número de base ocho empleando la tabla que le acabo de dar. De esta manera, por ejemplo, el número de base dos 111001000010100110 se puede separar como 111,001,000,010,100,110 y se lo puede escribir como el número de base ocho 710246. Viceversa, al número de base ocho 33574 se lo puede escribir como el número de base dos 011011101111100 casi con la misma rapidez con que uno lo lee, una vez que ha aprendido la tabla.

En otras palabras, si nos pasáramos del sistema base ocho habría un entendimiento mucho mayor entre nosotros y nuestras maquinas[10] y quien sabe como se habría de acelerar el progreso de la ciencia[11]

Por supuesto que un cambio semejante no sería práctico, pero piénselo por un momento... Suponga que en los orígenes el hombre primitivo hubiera aprendido a contar con sólo ocho de sus dedos, dejando de lado esos dos pulgares tan torpes y molestos...

[10] Las computadoras tienen mala prensa en estos días. Se supone que son desalmadas y que deshumanizan al hombre. Pero, ¿qué es lo que espera la gente? Insisten en poblar al mundo de miles de millones. Insisten en tener gobiernos que gastan cientos de miles de millones. (Por cierto que lo hacen. En los Estados Unidos no hay una sola persona que no esté a favor de la reducción de los gastos del gobierno, excepto allí donde resulte afectada su forma de vida; y como cada reducción perjudica la forma de vida de millones, no se hace ninguna reducción.) Insisten en las grandes empresas, los grandes desarrollos científicos, los grandes ejércitos, todo lo demás, y las cosas se han vuelto tan complicadas que nada de todo esto resulta posible sin las computadoras.
Por cierto que las computadoras cometen errores caprichosos, pero eso no se debe a la computadora. El culpable es el ser humano que la programó o la operó. Si usted no puede lograr que los talones de sus cheques se ajusten al balance, ¿a quién le habrá de echar la culpa, al sistema de numeración o a su propia incapacidad para sumar? (¿Al sistema de numeración? Bueno, en ese caso, debo suponer que también habrá de acusar a las computadoras.)
¿Deshumanizantes? Yo sospecho que la misma queja fue proferida por algún arquitecto protosumerio que se sintió disgustado al ver las cuerdas con nudos que empleaban los jóvenes aprendices para medir las distancias en el templo en construcción. Habrá dicho: un arquitecto debería usar sus ojos y su inteligencia, y no depender de artefactos mecánicos carentes de espíritu.
En realidad, la gente que emite juicios feos sobre las computadoras no hace otra cosa que dejarse dominar por una especie de droga pseudointelectual. No hay ninguna manera de separarlas de la sociedad sin provocar el desastre, y si todas las computadoras fueran a la huelga durante veinticuatro horas, entonces sentirían en carne propia lo que se quiere decir cuando se habla de una nación completamente paralizada.
Es muy cómodo quejarse de nuestra tecnología moderna al mismo tiempo que se le saca toda la ventaja posible. No cuesta nada.

[11] En realidad, desde hace muchos años quienes trabajan en computación emplean un sistema hexadecirnal (de base dieciséis) justamente por los motivos que señala el autor. (N. del T.)

3

¡Un signo de admiración!

Les puedo asegurar que es algo muy triste estar enamorado sin ser correspondido. La verdad es que yo adoro a la matemática, pero ésta se muestra totalmente indiferente conmigo.

Bueno, yo puedo manejar los aspectos elementales de la matemática, es cierto, pero en cuanto necesito penetrar hasta cierta profundidad, ella se escapa en busca de algún otro. Yo no le intereso.

Sé que esto es así porque de vez en cuando me meto de lleno a trabajar con papel y lápiz por ver si logro realizar algún gran descubrimiento matemático, y hasta ahora he obtenido solamente dos clases de resultados: 1) hallazgos totalmente correctos que son muy viejos y 2) hallazgos completamente nuevos que son totalmente incorrectos.

Por ejemplo (como muestra de la primera clase de resultado) descubrí, cuando era muy joven, que las sumas de números impares sucesivos daban los cuadrados de los números enteros. En otras palabras: 1 = 1; 1 + 3 = 4; 1+3 + 5 = 9; 1 + 3 + 5 + 7 = 16, etc. Lamentablemente, Pitágoras también conoció este resultado en el año 500 a. C. y yo sospecho que algún babilonio lo supo allá por el 1.500a.C.

Un ejemplo de la segunda clase de resultado tiene que ver con el Ultimo Teorema de Fermat[12]. Hace un par de meses estaba pensando en el problema cuando sentí un repentino resplandor interior y una especie de brillo deslumbrante irradió el interior de mi cráneo. Había logrado demostrar de una manera muy simple que el Ultimo Teorema de Fermat es cierto.

Si les digo que los más grandes matemáticos de los tres últimos siglos han atacado el Ultimo Teorema de Fermat con herramientas matemáticas cada vez más complejas y que todos ellos han fracasado, advertirán qué rasgo de incomparable genio representó haberlo logrado yo empleando sólo razonamientos aritméticos elementales.

Mi éxtasis delirante no me encegueció tanto como para no ver que mi demostración dependía de una suposición que yo mismo podía verificar fácilmente con lápiz y papel. Subí las escaleras hasta mi escritorio para hacer esa verificación... pisando cada escalón con mucho cuidado para que no se sacudiera todo ese fulgor que invadía mi cráneo.

Estoy seguro de que ya lo adivinaron. En pocos minutos quedó claro que mi suposición era completamente falsa. Pese a todo, el Ultimo Teorema de Fermat no estaba demostrado; y todo aquel fulgor palideció frente a la luz vulgar del día mientras yo permanecía sentado ante mi escritorio, infeliz y desilusionado.

Pero ahora que me he recuperado por completo, reflexiono sobre aquel episodio con cierta satisfacción, Después de todo, durante cinco minutos me sentí convencido de que muy pronto me iban a reconocer como al matemático viviente más famoso del mundo, y ¡no hay palabras que puedan expresar cuan maravillosamente me sentí mientras duró!

Pero, en general, debo suponer que los viejos descubrimientos verdaderos, por pequeños que sean, son mejores que los nuevos descubrimientos falsos, por grandes que sean. De modo que voy a sacar a relucir para vuestro deleite un pequeño descubrimiento mío que acabo de hacer el otro día pero que, estoy seguro, en realidad tiene más de tres siglos.

No obstante, no lo he visto en ninguna parte, así que hasta que algún amable lector me escriba para decirme quién fue el primero que lo descubrió y cuándo, adoptaré el descubrimiento con el nombre de Serie de Asimov.

Pero antes permítanme poner los cimientos.

Podemos comenzar con la expresión siguiente: $(1 + 1/n)^n$, donde n puede elegirse igual a cualquier número entero. Supongamos que probamos algunos números.

Si n = 1, la expresión toma el valor $(1 + 1/1)^1 = 2$. Si n = 2, la expresión se convierte en $(1 + 1/2)^2$, o sea $(3/2)^2$, o sea 9/4 o 2,25. Si n = 3, la expresión toma la forma $(1 + 1/3)^3$, ó $(4/3)^3$, o sea 64/27 o 2,3074, aproximadamente.

Así podemos preparar la Tabla 1, que da los valores de la expresión para un conjunto seleccionado de valores de n:

TABLA 1. Las aproximaciones del número e

[12] Esto no lo voy a discutir aquí. Por ahora baste con decir que es el problema no resuelto más famoso de la matemática. (N. del A.) Desde que se escribió el libro ya se consiguió resolver el famoso Teorema de Fermat. (Nota del Corrector)

n	$(1 + 1/n)^n$
1	2
2	2,25
3	2,3074
4	2,4414
5	2,4888
10	2,5936
20	2,6534
50	2,6915
100	2,7051
200	2,7164

Como pueden ver ustedes, a medida que crece el valor de n, aumenta el valor de la expresión $(1 + 1/n)^n$. Pero el valor de esta expresión aumenta cada vez mas despacio a medida que crece n. Cuando n se duplica pasando de 1 a 2, la expresión aumenta su valor en 0,25. cuando n se duplica y pasa de 100 a 200 la expresión solo aumenta en 0,0113.

Los valores sucesivos de la expresión forman lo que se denomina una “sucesión convergente" que se acerca a un valor límite definido. Esto quiere decir que cuanto más alto es el valor de n, más se acerca el valor de la expresión a un valor limite especial, sin jamás alcanzarlo del todo (y ni hablar de sobrepasarlo).

El valor límite de la expresión $(1 + 1/n)^n$ cuando n crece sin límite resulta ser un decimal de un número indefinido de cifras, que se representa convencionalmente por el símbolo e.

Sucede que el número e es sumamente importante para los matemáticos y éstos han recurrido al empleo de computadoras para calcular su valor con miles de decimales. ¿Nos contentaremos nosotros con cincuenta? Muy bien. El valor de e es: 2,71828182845904523536028747135266249775724709369995...

Usted puede preguntarse cómo hacen los matemáticos para calcular el límite de la expresión con tantas cifras decimales. Aun después de llegar con n hasta 200 y de resolver $\{1 + 1/200)^{200}$, yo apenas consigo un valor de e que tiene solamente dos cifras decimales exactas. Ni tampoco puedo alcanzar valores más altos de n[13]. He resuelto la ecuación para n = 200 empleando tablas de logaritmos de cinco decimales —las mejores que tengo en mi biblioteca—, y esas tablas no son lo bastante precisas para manipular valores de n mayores que 200, en este caso. A decir verdad no confío mucho en el valor que he obtenido para n = 200.

Por suerte hay otros métodos para determinar e. Fíjense en la serie siguiente: 2 + 1/2 + 1/6 + 1/24 + 1/120 + 1/720...

Hasta donde yo la he escrito, en esta serie de números hay seis términos, y las sumas sucesivas son:

2 =	2
2 + 1/2 =	2,5
2 + 1/2 + 1/6=	2,6666...
2 + 1/2 + 1/6 + 1/24=	2,7083333...
2 + 1/2 + 1/6 + 1/24 + 1/120=	2,7166666...
2 + 1/2 + 1/6 + 1/24 + 1/120 + 1/720 =	2,71805555...

En otras palabras, con sólo sumar seis números, que es un proceso para el que no necesito para nada una tabla de logaritmos, he obtenido un valor de e que tiene tres decimales exactos.

Si agrego un séptimo número a la serie, luego un octavo, etc., puedo llegar a obtener un valor de e con un número sorprendente de decimales exactos. Por supuesto que la computadora que obtuvo el valor de e con miles de cifras decimales empleó la serie que les acabo de dar, sumando miles de fracciones en la misma.

Pero, ¿cómo puede decir uno cuál será la próxima fracción de la serie? En una serie que tenga utilidad matemática debería haber alguna forma de predecir cada término de la serie conociendo sólo algunos primeros términos. Si comienzo a escribir una serie así: 1/2 + 1/3 + 1/4 + 1/5... usted puede seguir escribiéndola sin problemas: ...1/6 + 1/7 + 1/8... Análogamente, si una serie empieza con 1/2 +1/4 +1/8 +1/16, con toda confianza usted la continuaría: ...1/32+ 1/64 + 1/128...

[13] * Si en el momento de escribir este artículo (1965) el autor hubiera tenido acceso a una minicalculadora común (en 1977) habría comprobado que con sólo tomar n = 5.000.000 la sucesión permite obtener siete cifras decimales exactas. (N. del T.)

A decir verdad, un interesante juego de salón para gente que gusta de los números consistiría en dar los primeros términos de una serie y luego preguntar cuál es el número que sigue. Como ejemplos sencillos consideren:

2,3,5,7,11...
2,8,18,32,50...

Como la primera sucesión es la lista de los números primos, el número siguiente es obviamente el 13. Como la segunda serie consiste en números que valen el doble de los cuadrados sucesivos, el número siguiente es el 72.

Pero, ¿qué hacemos si se nos presenta una serie como la siguiente?:

2 + 1/2 + 1/6 + 1/24 + 1/120 + 1/720... ¿Cuál es el próximo número?

Si usted ya lo sabe la respuesta es trivial, pero si no lo hubiera sabido, ¿habría sido capaz de verlo? Y sí usted no lo sabe, ¿puede decirlo?

Aunque brevemente, voy a cambiar drásticamente de tema. ¿Alguno de ustedes leyó la obra de Dorothy Sayers, Nine Tailors (Nueve sastres)? La leí hace muchos años. Es la historia de un crimen misterioso, pero no recuerdo nada ni del crimen, ni de los personajes, ni del argumento, ni de nada de nada, con excepción de un punto. Ese punto tiene que ver con lo que se denomina "tocar las distintas variaciones" posibles.

Según parece (por lo que logré entender lentamente cuando leí el libro), al tocar las distintas variaciones, usted comienza con una serie de campanas que están afinadas para dar notas distintas, encargando a un hombre la tarea de tocar cada campana. Se tañen las campanas en orden: do, re, mi, fa, etc. Luego se las tañe nuevamente en un orden distinto. Después se las vuelve a tañer en otro orden diferente. Luego se las vuelve a tañer...

Usted sigue así hasta haber hecho sonar a las campanas en todos los ordenes (o “variaciones”) posibles. Para hacerlo uno debe seguir ciertas reglas de modo, por ejemplo, que ninguna campana pueda correrse en mas de un lugar con respecto al orden que haya ocupado en la variación anterior. Hay muy diversas maneras de cambiar el orden en las distintas formas de “tocar las variaciones”, y estas maneras son interesantes en si mismas. Pero todo lo que me interesa aquí es el número total de variaciones posibles que se pueden lograr con un número prefijado de campanas. Simbolicemos una campana por medio de un signo de admiración (!) que representará el badajo, y así podremos hablar de una campana como 1!, de dos campanas como 2!, etcétera.

Si no tenemos ninguna campana habrá una sola forma de sonar... no sonando, de manera que 0! = 1. Si suponemos que toda campana que exista deberá sonar, entonces una campana sólo puede sonar de una manera (bong), así que 1! = 1. Está claro que dos campanas, a y b, pueden sonar de dos maneras: ab y ba, así que 2!

Tres campanas, a, b y c, pueden sonar de seis formas distintas: abe, acb, bac, bca, cab y cba, y de ninguna otra forma, de modo que 3! = 6. Cuatro campanas a, b, c y d pueden sonar exactamente en veinticuatro formas diferentes. Yo no las voy a enumerar a todas, pero usted puede comenzar con abcd, abdc, acbd y acdb y ver cuántas otras variaciones puede encontrar. Si puede hallar veinticinco órdenes distintos para escribir cuatro letras, habrá hecho temblar los cimientos mismos de la matemática, pero no creo que pueda lograrlo. De todos modos 4! = 24.

Análogamente (de momento crean lo que les digo), cinco campanas pueden ordenarse en 120 formas diferentes, y seis campanas en 720 formas, de manera que 5! - 120 y 6! - 720.

A esta altura creo que ya se han dado cuenta. Si miramos de nuevo la serie que nos da el valor de e: 2 + 1/2 + 1/6 + 1/24 + 1/120 +1/720... vemos que la podemos escribir de esta manera:

e = 1/0! + 1/1! + 1/2! + 1/3! + 1/4! + 1/5! + 1/6!...

Ahora sabemos cómo generar las fracciones que siguen. Esas fracciones son 1/7! +1/8! +1/9!, y así indefinidamente.

Para calcular los valores de fracciones como 1/7!, 1/8! y 1/9!, usted debe conocer los valores de 7!, 8! y 9!, y para conocerlos tiene que calcular el número de variaciones para los conjuntos de siete, de ocho y de nueve campanas.

Por cierto que si va usted a enumerar todas las variaciones posibles para luego contarlas, le va a llevar todo el día; y además se va a sentir molesto y confundido.

De modo que trataremos de hallar un método más indirecto.

Comenzaremos con cuatro campanas, puesto que un número menor de ellas no presenta ningún problema. ¿Qué campana tararemos primero? Cualquiera de las cuatro, por supuesto, de modo que tenemos cuatro elecciones posibles para ocupar el primer lugar. Para cada una de estas cuatro elecciones, podemos elegir una cualquiera de las otras tres campanas (es decir, excluyendo la que ya habíamos colocado en el primer lugar), de manera que para los primeros dos lugares tenemos 4x3 posibilidades. En cada uno de estos casos podemos escoger cualquiera de las dos campanas restantes para ocupar el tercer lugar, así que el número de posibilidades correspondientes a los tres primeros casos será 4x3x2. Para cada una de estas posibilidades, una sola campana puede ocupar el cuarto lugar, de modo que el número total de variaciones posibles para los cuatro lugares será 4x3x2x1. Por lo tanto, podemos decir que 4! = 4 x 3 x 2 x 1 = 24. Si calculamos las variaciones para cualquier número de campanas llegaremos a conclusiones semejantes. Por ejemplo, en el caso de siete campanas el número total de variaciones será 7 x 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1 = 5.040. O sea, puede decirse que 7! = 5.040.

(El número de campanas que se usa comúnmente al tocar las variaciones es siete; a este conjunto se lo denomina "repique". Si se tañen las siete campanas una vez cada seis segundos, para completar todas las variaciones posibles —que son 5.040— se necesitan ocho horas, veinticuatro minutos... Y lo ideal es hacer esto sin cometer un error. Tocar las variaciones es algo muy serio.)

A decir verdad, el símbolo "!" no quiere decir "campana". (Eso no fue nada más que un artificio que tuve que emplear para entrar en materia.) En este caso representa la palabra "factorial". Así, 4! es el "factorial de cuatro" y 7! es el "factorial de siete".

Esos números no solamente representan las variaciones que se pueden tocar con un conjunto de campanas[14], sino también el número de órdenes posibles en que pueden aparecer los naipes de un mazo bien barajado, el número de variantes en las que puede sentarse varias personas a una mesa, etcétera.

Nunca encontré ninguna explicación del origen de la palabra "factorial", pero puedo hacer un intento y darles una explicación que me parece razonable. Puesto que el número 5.040 = 7 x 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1, se lo puede dividir exactamente por cada uno de los números del 1 al 7, inclusive. En otras palabras, todo número del 1 al 7 es un factor (o divisor) del 5.040; entonces, por qué no llamar al 5.040 "factorial de siete".

Y podemos generalizar esto. Todos los enteros entre el 1 y el n son factores de n! Entonces, por qué no denominar "factorial de n” a n!

Ahora podemos ver por qué razón la serie que empleamos para determinar el número e es tan buena.

Los valores de los factoriales de los distintos números crecen con una rapidez tremenda, como resulta evidente en la Tabla 2, que muestra nada más que los valores hasta 15!

TABLA 2. Los factoriales

0!	1
1!	1
2!	2
3!	6
4!	24
5!	120
6!	720
7!	5.040

[14] Las campanas, que en este ensayo usé para explicar los factoriales, son comunes a una amplia gama de culturas. En la nuestra se las suele asociar con las iglesias y en la época en que no existían los relojes modernos constituían el método universal para comunicar la hora a la población, al convocar la gente a la oración, por ejemplo. (Estaba yo en Oxford, Inglaterra, una mañana de domingo en 1974, cuando las campanas comenzaron a repicar... y siguieron repicando. El estruendo era indescriptible y, como dijo una vez Robert Heinlein: "Si un club nocturno hiciera la mitad de ese ruido, lo clausurarían por provocar escándalo".)
Las campanas también se emplean para dar aviso de alarma en caso de incendio, de ataque enemigo, etc. También se las tañía durante las tormentas eléctricas para mantener alejados a los rayos. Puesto que las torres de las iglesias solían ser las estructuras más elevadas en las ciudades construidas en la Edad Media y a comienzos de la Moderna, a menudo los rayos iban a dar contra ellas y el sonar de las campanas no hacía nada para evitarlo. Por el contrario, muchos campaneros murieron víctimas de los rayos.
En lo que respecta a tocar las variaciones, los "nueve sastres" del libro mencionado de ninguna manera representan un número máximo. Para tocar las variaciones se emplean hasta doce campanas, y ese repicar de tantas campanas recibe el nombre de "maximus".
Bien lo merece, ya que con doce campanas no se pueden tocar más que algunas variaciones parciales. El número total de variaciones, es decir el que se obtiene al hacer todas las permutaciones posibles de las doce campanas, involucra nada menos que 479.001.600 sones distintos. Mientras que en un "minimus", que tiene sólo cuatro campanas, se puede tocar una variación completa en treinta segundos, un "maximus" necesitaría cerca de ¡cuarenta años!
Al toque de variaciones se lo asocia especialmente con la Iglesia Anglicana y originalmente era un pasatiempo para caballeros. Por ejemplo, en Nine Tailors, Lord Peter Wimsey hace sonar una campana mediana.

8!	40.320
9!	362.880
10!	3.628.800
11!	39.916.800
12!	479.001.600
13!	6.227.020.800
14!	87.178.291.200
15!	1.307.674.368.000

A medida que los valores de los factoriales van creciendo vertiginosamente, los valores de las fracciones que tienen factoriales en el denominador deben disminuir de la misma forma. Cuando usted llega al 1/6!, la fracción vale sólo 1/720, y cuando llega hasta el 1/15Í, la fracción vale mucho menos de un billonésimo[15].

Cada una de estas fracciones con un factorial en el denominador es más grande que todos los términos restantes de la serie sumados. Así, 1/15! es más que 1/16! + 1/17! + 1/18!... donde los puntos suspensivos indican que deben sumarse los infinitos términos restantes. Y esta preponderancia de una fracción dada por sobre la suma de todas las fracciones que le siguen se va acentuando a medida que uno recorre la serie.

Entonces, supongan que sumamos todos los términos de la serie hasta 1/14!. El valor que obtenemos difiere del verdadero n la suma de 1/15! +1/161 +1/17! +1/18!, etcétera. Pero podemos decir que el valor obtenido difiere del verdadero en menos de 1/15!, puesto que el resto de la serie es despreciable en comparación con 1/15! El valor de 1/15! es menor que un billonésimo. En otras palabras vale menos que 0,000000000001, así que el valor del número e usted obtiene al sumar poco más de una docena de fracciones posee once decimales exactos.

Suponga que sumamos todos los términos de la serie hasta 1/999! (empleando una computadora, por supuesto). Si lo hacemos, la diferencia con respecto a la solución verdadera será menor que 1/1000! Para saber cuánto es esto, debemos tener alguna idea del valor de 1000! Podemos determinarlo calculando 1000 x 999 x 998...etc., pero no la haremos. Nos llevaría una eternidad. Afortunadamente existen fórmulas que permiten calcular grandes factoriales (aproximadamente, por lo menos) y hay tablas que dan los logaritmos de estos factoriales enormes.

Así, log 1000! = 2567,6046442. Esto quiere decir que 1000! = 4,024 x 10^{2567}, o sea un 4 seguido por 2.567 ceros, aproximadamente. Si se calcula la serie del número e hasta 1/999!, el valor diferirá en menos del verdadero nada más que en 1/(4 x 10^{2567}) y usted tendrá un valor del número e que tiene 2.566 decimales exactos. (El mejor valor de e del que tengo conocimiento fue calculado con nada menos que 60.000 decimales exactos.)

Permítanme apartarme nuevamente del tema para recordar una vez que tuve que usar factoriales bastante grandes. Cuando estaba en el ejército pasé por un período en que tres compañeros de desgracia y yo jugábamos al bridge día y noche, hasta que uno de nosotros decidió levantar la sesión bajando su mano y diciendo: "Hemos jugado tantas veces que están empezando a darse las mismas manos".

Yo me sentí terriblemente agradecido, porque eso me dio algo en qué pensar.

Cada uno de los órdenes en que pueden ubicarse los naipes en un mazo de bridge representa un conjunto posible de manos distintas de bridge. Como hay cincuenta y dos cartas, el número total de variaciones es 52! Pero dentro de cualquier mano en particular el orden en que aparecen no importa. Un conjunto dado de trece cartas que recibe un cierto jugador es la misma mano, independientemente de la disposición de las mismas. El número total de variaciones de las trece cartas de una mano es 13!, y esto vale para cada una de las cuatro manos. Por lo tanto, el número total de combinaciones de manos de bridge es igual al número total de variaciones dividido por el número de las que no interesan, o sea:

$$\frac{52!}{(13!)^4}$$

Como no tenía ninguna tabla a mano trabajé todo el día, pero eso no me importó en absoluto. Me mantenía ocupado, y dadas mis inclinaciones personales, era mucho mejor que un juego de bridge. Hace mucho que he perdido el resultado original, pero ahora puedo repetir el trabajo con la ayuda de las tablas.

[15] En los países de habla hispana se emplea la denominación anglosajona, según la cual un billón es un millón de millones (10^{12}), un trillón es un millón de billones (10^{18}), etc. En cambio, en Francia y en los Estados Unidos se emplea la llamada notación francesa, según la cual un billón es igual a mil millones (10^{9}), un trillón representa mil billones (10^{12}), etc. En toda la traducción hemos empleado siempre el primer sistema de denominación. (N, del T)

El valor de 52! es 8,066 x 10^{67} aproximadamente. El valor de 13! (como puede verlo en la tabla de factoriales que le di más arriba) es 6,227 x 10^{9}, aproximadamente; y ese valor elevado a la cuarta potencia nos da cerca de 1,504 x 10^{39}. Si ahora dividimos 8,066 x 10^{67} por 1,5 x 10^{39}, encontramos que el número total de juegos distintos de bridge posibles es 5,364 x 10^{28}, aproximadamente, o sea 53.644.738.000.000.000.000.000.000.000, o sea unos 54 mil cuatrillones.

Les anuncié este resultado a mis amigos. Les dije: "Hay muy pocas probabilidades de que estemos repitiendo el juego. Podríamos jugar un billón de juegos por segundo durante mil millones de años sin repetir un solo juego".

La más completa incredulidad fue mi única recompensa. El amigo que se había quejado al principio dijo amablemente: "Pero, viejo, si ya sabes que no hay más que cincuenta y dos cartas", y luego me llevó hasta un rincón tranquilo del cuartel y me dijo que me sentara a descansar un rato.

La posibilidad de jugar un número prácticamente infinito de juegos (infinito con respecto a la duración limitada de la vida humana) con nada más que cincuenta y dos cartas se debe a la rapidez con que crecen los factoriales de los números.

Por cierto que en la baraja francesa el único otro mazo común es el llamado mazo de pinocle[16], en el cual sólo se conservan el as, el rey, la reina, la sota, el diez y el nueve, a razón de dos por cada palo. Como se tienen ocho unidades de cada una de las seis clases de cartas, en total hay solamente cuarenta y ocho cartas. Esto significa un factorial mas bajo, y la duplicación de los palos también hace disminuir el número de manos distintas posibles. Como consecuencia, en un mazo de pinocle hay 312.000.000 de veces menos manos distintas que en un mazo común, pero este número menor es todavía suficiente como para no tener ningún temor de que se repita una mano por mucho que se practique dicho juego.

Por alguna razón uno tiene la idea de que los juegos de naipes, que en la actualidad son tan populares, deben ser un pasatiempo antiguo, quizás prehistórico, pero no es así. Constituyen un invento medieval, originado probablemente en el Lejano Oriente, que llegó a Europa hacia el año 1200. Los pudo haber traído Marco Polo o los gitanos o los conquistadores árabes; nadie lo sabe con certeza. Lo que es más extraño aún es que dos de las características de los juegos de cartas que damos por sentadas en la actualidad son modificaciones todavía más recientes. Una es la presencia de los índices pequeños que aparecen en el extremo superior izquierdo y en el inferior derecho para que podamos identificar una carta cuando se muestra nada más que una parte de la misma. La otra propiedad es la simetría rotacional (en la baraja francesa), que hace que las figuras de las cartas aparezcan paradas en cualquier posición. Si usted tuviera que jugar a los naipes sin estas modificaciones, se sentiría fastidiado por las molestias.

Entre paréntesis, es posible que antes de que se los usara en los juegos de azar, los naipes hayan sido empleados para adivinar el futuro (cartas de tarot).

En realidad, la serie que se emplea para determinar el valor del número e no es más que un ejemplo especial de una expresión general. Es posible demostrar que:

$$e^x = x^{0/0! + x^1/1! + x^2/2! + x^3/3! + x^4/4! + x^5/5! \ldots}$$

Como $x^0 = 1$ para cualquier valor de x, y 0! y 1! valen 1, generalmente se dice que la serie empieza así: $e^x = 1 + x + x^2/2! + x^3 / 3! \ldots$, pero yo prefiero la versión que les di arriba. Es más simétrica y más hermosa.

Ahora bien, el número e mismo se puede expresar como e^1. En este caso la x de la serie general debe remplazarse por un 1. Como 1 elevado a cualquier potencia da por resultado 1, entonces x^2, x^3, x^4 y todas las demás valen 1 y la serie toma la forma:

$e^1 = 1/0! + 1/1! + 1/2! + 1/3! + 1/4! + 1/5! \ldots$ que no es otra cosa que la serie con que hemos estado trabajando antes.

Pero ahora calculemos la inversa de e; o sea 1/e, en otras palabras. Su valor con quince decimales exactos es 0,367879441171442...

Sucede que 1/e se puede escribir como e^{-1}, lo cual quiere decir que en la fórmula general que nos da e^x podemos remplazar la x por -1.

Cuando se eleva el -1 a una potencia, el resultado es +1 si la potencia es par, y -1 si la potencia es impar. En otras palabras:

$(-1)^0 = 1$, $(-1)^1 = -1$, $(-1)^2 = +1$, $(-1)^3 = -1$, $(-1)^4 = +1$, y así siguiendo indefinidamente.

[16] El pinocle es un juego de naipes similar a la báciga, que se juega con cuarenta y ocho cartas, ordenadas según se indica en la nota. (N. del T.)

Es decir que, si en la serie general hacemos x igual a -1, tenemos:

$e^{-1} = (-1)^0/0! + (-1)^1/1! + (-1)^2/2! + (-1)^3/3! + (-1)^4/4!...$ o sea

$e^{-1} = 1/0! + (-1)/1! + 1/2! + (-1)/3! + 1/4! + (-1)/5!...$ o sea

$e^{-1} = 1/0! - 1/1! + 1/2! - 1/3! + 1/4! - 1/5! + 1/6! - 1/7! - ...$

En otras palabras, la serie que da 1/e es igual a la que permite calcular e, excepto que todos los términos pares que eran sumas se convierten en restas.

Además, como 1/0! y 1/1! valen 1, los dos primeros términos de la serie que da 1/e (o sea 1/0! -1/1!) nos dan 1-1=0, Por lo tanto, se los puede omitir y llegamos a la conclusión de que:

e^{-1} = 1/2! -1/3! + 1/4! -1/5! + 1/6! -1/7! + 1/8! -1/9! + 1/10!, y así siguiendo indefinidamente.

Y ahora ¡por fin hemos llegado a mi propio descubrimiento personal! Al mirar la serie que acabo de dar para e^{-1} no pude dejar de pensar que ese cambio alternado de signos más y menos era una mancha en su belleza. ¿No podrá haber alguna forma de expresar lo mismo empleando solamente signos más o signos menos?

Ya que una expresión como –1/3! +1/4! se puede convertir en -(1/3! -1/4!), me pareció que podría escribir la serie siguiente: e^{-1} = 1/2! - (1/3! -1/4!) - (1/5! -1/6!) - (1/7! -1/8!),.., etcétera. Ahora tenemos signos menos solamente, pero también tenemos paréntesis, que representan una imperfección estética.

De manera que analicé los contenidos de los paréntesis. El primero contiene 1/3! -1/4!, que es igual a 1/(3 x 2 x 1) -1/ (4 x 3 x 2 x 1). Esto es igual a (4-1) / (4 x 3 x 2 x 1), o sea 3/4! Del mismo modo, 1/5! -1/6! = 5/6!; 1/7! -1/8! = 7/8!, etcétera.

Me quedé asombrado e indeciblemente encantado, puesto que había obtenido la Serie de Asimov, que es así:

e^{-1} = 1/2! - 3/4! - 5/6! - 7/8! - 9/10!..., y así indefinidamente. Estoy seguro de que esta serie es inmediatamente obvia para cualquier matemático de verdad, y estoy seguro de que ha sido descripta en los textos durante trescientos años, pero como nunca la vi, hasta que alguien me detenga la voy a llamar la Serie de Asimov.

La Serie de Asimov no solo contiene signos menos únicamente (con excepción del signo más implícito que precede al primer término), sino que contiene a todos los dígitos en orden. Usted jamás podrá pedir nada más bello. Concluyamos ahora calculando unos pocos términos de la serie:

1/2!	= 0,5
1/21-3/4!	= 0,375
1/2! - 3/4! - 5/6!	= 0,3680555...
1/2! - 3/4! - 5/6! - 7/8!	= 0,3678819...

Como usted verá, sumando nada más que cuatro términos de la serie, consigo un resultado que es nada más que 0,0000025 mayor que el verdadero, lo cual representa un error de una parte en algo menos que 150.000, o sea 1/1500 del 1 por ciento, aproximadamente.

De modo que si usted pensó que el "signo de admiración" del título se refería solamente al símbolo factorial, se ha equivocado. Se refiere más todavía al asombro y al placer que me produjo la Serie de Asimov.

P.D. Para evitar el signo positivo implícito que aparece en la Serie de Asimov algunos lectores han sugerido (después de la primera edición de este libro) que la serie se podía escribir: - (-1)/0! -1/2! - 3/4!... No hay duda de que entonces todos los términos serían negativos, incluyendo al primero, pero tendríamos que salir del conjunto de los números naturales para incluir al 0 y al -1, lo cual disminuye en algo la austera belleza de la serie.

Otra alternativa sugerida es: 0/1! + 2/3! + 4/5! + 6/7! + 8/9!..., que también da 1/e. Esta expresión tiene solamente signos positivos, que son más lindos (en mi opinión) que los negativos, pero, por otra parte, incluye al 0.

Incluso hubo un lector que me sugirió una serie semejante para el mismo e; una que se escribe así: 2/1! + 4/3! + 6/5! + 8/7! +10/9!... la inversión del orden de los números naturales le resta prolijidad, pero le da un cierto toque de gracia encantadora, ¿no es cierto?

¡Oh, si la matemática me quisiera tanto como yo la quiero!

4

Formación B

Me han acusado de tener una pasión enfermiza por los grandes números, y esto es absolutamente exacto. jamás pensaría en negarlo. Sin embargo, ¿puedo señalar que no soy el único?

La verdad es que en la Antigüedad había muy poca necesidad de emplear números grandes. En general, el numeral más grande que se empleaba era "mil". Si se necesitaban números grandes se recurría (como lo hacemos nosotros) al empleo de frases como "decenas de miles" y "cientos de miles". En la Antigüedad uno iba más lejos y llegaba a hablar de miles de miles. El invento de la palabra "millón" (que proviene de una palabra italiana que significa "gran millar"), destinada a representar mil millares, data de la alta Edad Media, época en que el comercio había revivido hasta alcanzar un punto en que los miles de millares eran lo bastante comunes en la contabilidad como para justificar la creación de una palabra especial. (Los billones, los trillones, etc. vinieron mas tarde, pero hasta el día de hoy su uso no ha sido definitivamente resuelto. En los Estados Unidos un billón son mil millones; en Gran Bretaña un billón es un millón de millones.)

Podemos apreciar la pobreza de los antiguos en materia de nombres para los números si leemos la Biblia. El número más grande específicamente citado en la Biblia aparece en el II Libro de Crónicas 14:9, donde se describe una batalla entre los invasores etíopes y la fuerza de Asa, Rey de Judá: "Y salió contra ellos Zera el Etíope con un ejército de mil millares...". Por supuesto que se trata de una exageración grosera, pero es la única mención que se hace en la Biblia de un número tan grande como el millón.

En otras partes, cuando surge la necesidad de escribir números grandes, sólo se recurre a comparaciones. Así, en el Génesis 22:17, Dios promete a Abraham (que acaba de mostrarse dispuesto a sacrificar su único hijo ante Dios): "... y multiplicaré tu descendencia como las estrellas del cielo y como la arena que está a la ribera del mar".

Hasta parece que hayan tenido la idea de que hay números tan enormes que no se los puede contar. Así, Salomón habla de sus súbditos como de "un pueblo grande que no se puede contar ni numerar por su multitud" (I- de los Reyes 3:8). En el siglo IIÍ antes de nuestra era, Arquímedes demostró por primera vez que toda cantidad finita se puede representar fácilmente por medio de un número.

Por ejemplo, en un libro titulado Mathiematics and the Imagination (publicado en 1940) los autores, Edward Kasner y James Newman, introdujeron un número que denominaron "googol", que es grande y bueno, y que muy pronto fue adoptado por los autores de artículos y libros de divulgación de la matemática.

Personalmente creo que es un nombre horrible, pero lo había inventado el hijo más pequeño de uno de los autores y, ¿qué podía hacer un padre orgulloso? En consecuencia tendremos que padecer eternamente un número inventado por un bebé.

El googol se definió como el número 1 seguido por cien ceros, y aquí tienen al googol escrito en forma completa (si es que no conté mal y si el amable tipógrafo no se equivocó):

10.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.00
0.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.

Ahora bien, ésta es una manera bastante incómoda de escribir un googol, pero se ajusta a nuestro sistema de numeración que se basa en el número diez. Para escribir números grandes lo que hacemos simplemente es multiplicar dieces, de modo que cien es diez por diez, y se escribe 100; mil es diez por diez por diez, y se escribe 1000; etc. El número de ceros que aparece en cada uno de estos números es igual al número de dieces que se multiplican, y así el googol, que tiene cien ceros a continuación del 1, es igual al producto de cien dieces multiplicados entre sí. Esto también se puede escribir en la forma 10^{100}. Y como 100 es diez por diez, o sea 10^2, el googol también se puede escribir como $10^{10 \wedge 2}$.

Por cierto que esta forma de notación exponencial (el numerito que aparece a la derecha y arriba de estos números es un "exponente") es muy conveniente, y cualquier libro de divulgación de la matemática definirá un googol como 10^{100}. Pero para todo aquel que adore los números grandes el googol no es más que el comienzo, y ni siquiera esta forma abreviada de escribir números grandes es lo suficientemente simple[17].

[17] Empleando la nomenclatura norteamericana el nombre apropiado del googol es "diez duotrigintillones", pero me atrevo a decir con pesar que ese nombre nunca va a remplazar a la palabra "googol". (N. del A.) En la notación hispanoamericana e inglesa el nombre de googol es "diez mil decisextillones". (N. del T.)

Habiendo ya construido mi propio sistema para escribir números grandes, voy a hacer uso de la oportunidad que me brinda este capítulo para explicarlo. (¡Que nadie se mueva! Nadie se puede retirar hasta que yo termine.)

Me parece que muchas dificultades se originan en que estamos usando el número 10 para construir nuestros números. Yo supongo que eso era suficiente para los hombres de las cavernas, pero nosotros, los hombres de la Edad Contemporánea, somos tremendamente complicados y conocemos muchísimos números mejores que ése.

Por ejemplo, el presupuesto anual de los Estados Unidos de América se acerca en la actualidad a los $ 100.000.000.000 (cien mil millones de dólares). Eso equivale a 1.000.000.000.000 (un billón) de monedas de diez centavos de dólar[18].

¿Por qué, entonces, no usamos como base el número un billón? Sin duda no podemos visualizar un billón, pero ¿por qué deberíamos detenernos ante ello? Tampoco podemos visualizar el número cincuenta y tres. Si alguien nos mostrara un grupo de objetos y nos dijera que en total suman cincuenta y tres, no podríamos decir si tiene razón o no sin contarlos. Con esto un billón no es menos irreal que cincuenta y tres, porque a los dos números los tenemos que contar, y ambos son igualmente contables.

Por supuesto que nos llevaría mucho más tiempo contar un billón que contar cincuenta y tres, pero el principio empleado es el mismo y yo soy un hombre de principios, como todos saben.

La cuestión importante consiste en asociar un número con algún objeto físico que se pueda visualizar, y eso es precisamente lo que hicimos. El número 1.000.000.000.000 es aproximadamente igual al número de monedas de diez centavos de dólar que cada año extrae de su bolsillo y del mío (a veces pienso con mal humor que casi siempre del mío) nuestro jovial y bondadoso Tío Sam, para construir misiles, y también para manejar el gobierno y el país.

Así que, una vez que hemos fijado con firmeza en nuestra mente qué es un billón, se requiere un pequeñísimo esfuerzo de la imaginación para ver qué es un billón de billones, un billón de billones de billones, etc. Con el objeto de evitar que nos ahoguemos en un mar de billones, emplearemos un sistema abreviado que, por lo que yo sé, me pertenece[19].

Llamaremos a un billón B-1; a un billón de billones, B-2, a un billón de billones de billones, B-3, y de esta manera podemos formar números grandes. (¡Y ahí tienen la "formación B" del título! ¿No parece el nombre de una táctica del fútbol?)

¿Qué les parece si ahora vemos cómo se pueden usar estos números? Ya he dicho que B-1 es el número de monedas de diez centavos que hacen falta para hacer funcionar a los Estados Unidos durante un año. En ese caso B-2 representará el número de monedas de diez que harían falta para que los Estados Unidos funcionen durante un billón de años. Como este período de tiempo es indudablemente más extenso que todo lo que puedan llegar a durar los Estados Unidos (si se me permite expresar una opinión tan antipatriótica) y, con toda probabilidad, es más de lo que va a durar el planeta Tierra, vemos que mucho antes de alcanzar siquiera el B-2 se nos han terminado las aplicaciones financieras de los números B de Asimov.

Probemos por otro lado. La masa de cualquier objeto es proporcional a su contenido de protones y de neutrones, que en conjunto reciben el nombre de nucleones. Ahora bien, un número B-1 de nucleones constituye una cantidad de masa demasiado pequeña como para poder verla siquiera con el mejor microscopio óptico, y un número B-2 de nucleones representa solamente 1 2/3 gramos de masa, o sea 1/16 de una onza, aproximadamente.

Ahora parecería que tenemos margen suficiente para recorrer la escala de los números B. Por ejemplo, ¿cuánto pesa un número B-3 de nucleones? Puesto que B-3 es un billón de veces más grande que B-2, B-3 nucleones tienen una masa de 1,67 billones de gramos, es decir un poco menos de dos millones de toneladas. Es posible que no nos quede tanto margen como pensábamos.

A decir verdad, los números B crecen con una rapidez vertiginosa. Un número B-4 de nucleones tiene la masa de todos los océanos de la Tierra, y B-5 nucleones equivalen a la masa de mil sistemas solares. Si insistimos en seguir subiendo, B-6 nucleones tienen una masa igual a la de diez mil galaxias del tamaño de la nuestra y B-7 nucleones pesan mucho pero mucho más que todo el Universo conocido.

Los nucleones no son las únicas partículas subatómicas que existen, por supuesto, pero aun si incluimos a los electrones, los mesones, los neutrinos y todos los otros adornos de la estructura subatómica,

[18] Este artículo apareció por primera vez en agosto de 1963. Desde ese entonces el presupuesto ha crecido en más de tres veces y supera los tres billones de monedas de diez. ¿No es cierto que los norteamericanos somos afortunados? (N. del A.)

[19] A decir verdad, Arquímedes estableció un sistema de numeración basado en la miria, y hablaba de una miria de mirias, una miria de mirias de mirias, etc. Pero una miria no es mas que 10.000 y yo estoy empleando 1.000.000.000.000, de modo que no juzgo que Arquimedes pueda afectar mi originalidad. Ademas sólo me lleva menos de veintidós siglos de ventaja. (N. del A.)

no podemos alcanzar el número B-7. En resumen, en el universo visible hay mucho menos de B-7 partículas subatómicas.

Sin duda el sistema de los números B es un método poderoso para expresar cantidades grandes. ¿Cómo funciona con el googol? Bueno, analicemos el método de conversión de números exponenciales ordinarios a números B, y viceversa. B-1 es igual a un billón, o sea 10^{12}; B-2 es igual a un billón de billones, o sea 10^{24},etc. Bueno, quiere decir que para encontrar la parte numérica de un número B usted no tiene más que dividir el exponente por 12, y para hallar el exponente de base diez usted sólo necesita multiplicar la porción numérica de un número B por 12.

Si un googol es 10^{100}, divida entonces 100 sobre 12 y verá enseguida que se lo puede expresar como B-8 1/2. Nótese que B-8 1/2 es más grande que B-7, y a su vez B-7 es mucho más grande que el número de partículas subatómicas que hay en el universo conocido. Harían falta mil trillones de universos como el nuestro para contener un googol de partículas subatómicas.

¿Para qué sirve entonces el googol, puesto que es demasiado grande para permitirnos contar siquiera los objetos materiales más pequeños que hay esparcidos en el volumen más grande que conocemos?

Podría contestar: para su propia belleza, abstracta y pura... Pero entonces todos ustedes me tirarían piedras. Así que, en lugar de eso, permítanme decir que en este universo hay otras cosas para contar, además de objetos materiales.

Por ejemplo, piense en un mazo común de naipes. Para jugar usted mezcla bien la baraja, los naipes se acomodan en un cierto orden y usted da las cartas. ¿En cuántos órdenes distintos pueden mezclarse los naipes? (Como es imposible que se presente un número de situaciones de juego esencialmente diferentes que sea mayor que el número de órdenes de los naipes en el mazo bien barajado, ésta es una pregunta que puede interesarle a su amigable vecino que juega al póquer.)

La respuesta se encuentra fácilmente (ver capítulo 3) y el resultado es 8×10^{67}. En números B esto es algo así como B-5 2/3. Es decir que con un mazo de naipes ordinario podemos contar las variaciones y obtener un valor que es más o menos igual al número de partículas subatómicas que hay en una galaxia.

Si en lugar de 52 cartas, jugamos con 70 (y esto no es exorbitante; según tengo entendido la canasta requiere 108 cartas), entonces el número de órdenes distintos posibles que se obtiene al barajar el mazo supera en un veinte por ciento al googol.

Así que, cuando se trata de analizar juegos de naipes (para no hablar del ajedrez, la economía o la guerra nuclear), uno se encuentra con números como el googol, y aún mayores.

De hecho, los matemáticos se interesan por numerosas variedades de números (con aplicaciones prácticas y sin ellas) en las cuales se llega muy pronto a inmensidades mucho pero mucho más grandes que el googol[20].

Fíjense, por ejemplo, en Leonardo Fibonacci, el matemático más completo de la Edad Media. (Nació en Pisa, así que a menudo se lo llama Leonardo de Pisa.) Hacia el año 1200, cuando Fibonacci era joven, Pisa era una gran ciudad comercial entregada al comercio con los moros del Norte de África. Leonardo tuvo oportunidad de visitar esa región y de gozar de los beneficios de la educación árabe.

Por aquel entonces el mundo musulmán había aprendido de los indios un nuevo sistema de numeración. Fibonacci lo aprendió y en un libro publicado en 1202, el Líber Abaci, introdujo estos “números arábigos" y les dio entrada a una Europa que todavía padecía la barbarie de los números romanos (ver capítulo 1). Como los números arábigos son solamente un billón de veces más útiles que los romanos, apenas si costó un par de siglos convencer a los comerciantes europeos de que aceptaran el cambio.

Leonardo Fibonacci nació en Pisa hacia 1170 y murió cerca del año 1230, Su realización más importante fue la mencionada divulgación de los números arábigos en dicho libro Líber Abaci. En esa tarea se le anticipó en un siglo el sabio inglés Adelardo de Bath (que fue el tutor de Enrique II antes de que este príncipe accediera al trono). No obstante, fue el libro de Fibonacci el que logró la repercusión necesaria.

Pero, ¿por qué lo tituló Líber Abaci, o sea El libro del ábaco? Porque, por raro que parezca, el uso de los números arábigos ya estaba implícito en el "ábaco", un artefacto para calcular cuyo origen se remonta a Babilonia y a los comienzos mismos de la historia.

En su forma más simple, el ábaco se representa fácilmente como una serie de alambres, sobre cada uno de los cuales se enhebran diez fichas. En cada alambre hay lugar para desplazar una o varias de las fichas una cierta distancia, hacia la derecha o hacia la izquierda,

Por ejemplo, si usted quiere sumar cinco más cuatro, mueve cinco fichas hacia la izquierda, luego otras cuatro, y cuenta el total de fichas que ha movido: nueve. Si quiere usted sumar cinco más ocho, mueve cinco fichas, pero sólo le quedan otras cinco y no ocho para mover. Entonces mueve las cinco, convierte las diez fichas en. una ficha del alambre de arriba y después corre las otras tres que quedaban. Las fichas del

[20] Curiosamente el googol representa el límite de la capacidad de cálculo de las minicalculadoras actuales. Si el resultado de una operación propuesta supera un googol la maquina suele interrumpir la operación para declarar que se ha superado la capacidad de calculo ("overflow") (N. del T.)

alambre de arriba representan "decenas", de modo que usted tiene una decena y tres unidades, lo que da un total de trece.

Los alambres representan sucesivamente las unidades, decenas, centenas, unidades de mil, etc., y los números arábigos, en esencia, nos dan el número de fichas que se han movido en cada uno de los alambres- Las operaciones que se requieren en el ábaco son las mismas que se ejecutan con los números arábigos. Lo que hacía falta era un símbolo especial para representar el alambre en el que no se había desplazado ninguna ficha. Este número fue el cero (0) y con él los números arábigos se pusieron en carrera.

En ese mismo libro Fibonacci presenta el siguiente problema: "¿cuántos conejos puede producir una sola pareja en un año, si todos los meses cada pareja engendra una nueva pareja, la cual comienza a engendrar a partir del segundo mes, y si no se produce ninguna muerte?", (se supone que cada pareja consiste de un macho y una hembra y que los conejos no se oponen al incesto)

En el primer mes empezamos con una pareja de conejos inmaduros, y durante el segundo mes todavía tenemos una sola pareja pero ahora son maduros. Al tercer mes han producido una nueva pareja, de manera que tenemos dos parejas, una madura y otra inmadura. Durante el cuarto mes la pareja inmadura ha madurado y la primera pareja ha producido otra pareja inmadura, de modo que hay tres parejas, dos maduras y una inmadura.

Si usted lo desea, puede seguir razonando cuántos pares de conejos habrá cada mes, pero yo le voy a dar en seguida la sucesión de números para ahorrarle el trabajo. Es:

1,1,2, 3, 5, 8,13,21, 34, 55, 89,144.

Como puede usted ver, al final del primer año habrá 144 parejas de conejos y ésa es la respuesta al problema de Fibonacci.

La sucesión de números que surgió del problema es la llamada "sucesión de Fibonacci", y los números de la misma reciben el nombre de "números de Fibonacci". Si usted se fija en la sucesión, verá que cada número (a partir del tercero) es la suma de los dos números que lo preceden.

Esto quiere decir que no tenemos por qué cortar la sucesión en el duodécimo número de Fibonacci (F_{12}). Podemos construir F_{13} simplemente sumando F_{11} más F_{12}. Como 89 más 144 da 233, ése es el valor de F_{13}. Sumando 144 y 233 obtenemos 377, o sea F_{14}. Podemos continuar con F_{15} que es igual a 610; F_{16} que vale 987, y así siguiendo hasta donde lo deseemos. La más simple aritmética, nada más que la suma, nos dará todos los números de Fibonacci que queramos.

Por cierto que el proceso se vuelve aburrido después de un rato, a medida que los números de Fibonacci crecen y contienen cada vez más dígitos, y con ello aumentan las probabilidades de cometer un error aritmético. Si no se lo corrige, un error aritmético en cualquier lugar de la sucesión obliga a eliminar a todos los términos siguientes de la misma.

Pero, ¿con qué fin querría alguien seguir y seguir calculando la sucesión de Fibonacci para números muy grandes? Bueno, la serie tiene sus aplicaciones. Tiene que ver con el crecimiento acumulativo, como lo muestra el problema de los conejos, y es un hecho que la distribución en espiral de las hojas alrededor de un tallo, las escamas que se distribuyen en torno del eje de una piña, las semillas que se ordenan en el centro de la flor del girasol, todas éstas tienen una disposición que está relacionada con la sucesión de Fibonacci. La serie también tiene que ver con la "sección áurea", que es importante en el arte y en la estética, y también en la matemática.

Pero, además de todo eso, siempre hay gente que se siente fascinada por los grandes números. (Yo no puedo explicar el porqué de esta fascinación, pero créanme que existe.) Y si la fascinación no llega hasta el punto de ponerse a trabajar noche tras noche con tinta y pluma, en la actualidad es posible programar una computadora para que haga el trabajo y así obtener grandes números que no sería cómodo tratar de hallar a la manera antigua.

En el número de octubre de 1962 de la Recreational Mathematics Magazine[21] aparecen los primeros 571 números de Fibonacci calculados en una computadora IBM 7090. El número de Fibonacci que ocupa el lugar cincuenta y cinco supera la marca del billón, así que podemos decir que F_{55} es más grande que B-1.

A partir de ese punto cada intervalo de aproximadamente cincuenta y cinco números de Fibonacci (el intervalo se va alargando lentamente) pasa por otro número B. En efecto, F_{481} es mayor que un googol. Más precisamente, es casi igual a un googol y medio. En otras palabras, esos conejos que se multiplican van a superar muy pronto a cualquier método que se emplee para acelerar su procreación. Van a terminar con cualquier fuente de alimentos que pueda imaginarse y con cualquier espacio que se pueda soñar. Puede haber solamente 144 al terminar un año, pero al cabo del segundo año debería haber cerca de 50.000,

[21] Esta es una pequeña publicación periódica fascinante que recomiendo de corazón a todos los maniáticos parecidos a mí. (N. del A.)

15.000.000 al cabo de los tres años, etc. En treinta años debería haber más conejos que partículas subatómicas en el universo conocido, y en cuarenta años habría más de un googol de conejos.

Menos mal que los seres humanos no se multiplican con tanta rapidez como los conejos de Fibonacci, y los seres humanos viejos se mueren. Pero el principio subsiste. Lo que esos conejos pueden lograr en unos pocos años, nosotros podemos hacerlo en unos pocos siglos o milenios. Con eso alcanza. Piense en ello cuando trate de reducir la explosión demográfica,

Por puro gusto, me agradaría escribir F_{571}, que es el número más grande que daremos en este capítulo. (¡Con el tiempo mencionaré números más grandes, pero no los voy a escribir!) De cualquier manera F_{571} es:

9604120061892255382394288336092486502610491741187706781682226478902901437830847886 419258908418525433163764618300807462 9.

Este número inmenso no alcanza a igualar al B-10.[22]

Como otro ejemplo de números grandes, analicemos los números primos. Estos son números como el 7 o el 641 o el 5.237, que solo se pueden dividir exactamente por sí mismos y por uno. No tienen ningún otro divisor. Usted puede suponer que a medida que se va subiendo más y más en la escala de los números, los primos van desapareciendo gradualmente, pues debería haber una cantidad cada vez mayor de números que pueden actuar como divisores posibles. . .

Pero esto no sucede, e incluso los antiguos griegos lo supieron. Euclides logró probar de una manera muy simple que si se pudieran enumerar todos los números primos hasta llegar al "número primo más grande", siempre sería posible construir un número primo todavía más grande que, o bien es primo, o tiene un divisor primo que es mayor que aquel "más grande". De lo cual se deduce que no existe nada parecido a un "máximo número primo" y que el número de primos es infinito.

Pero, aunque no podamos calcular el número primo más grande, existe un problema relacionado. ¿Cuál es el número primo más grande que conocemos? Sería agradable señalar un número grande y decir: "Este número es primo. Hay un número infinito de primos más grandes, pero no sabemos cuáles números son. Este es el número más grande que sabemos que es primo".

Usted se dará cuenta de que después de hacer algo así, no faltará algún matemático aficionado emprendedor que pueda encontrar un número primo todavía más grande.

Descubrir un número primo realmente grande no es fácil, de ninguna manera. Por ejemplo, más arriba yo dije que el 5.237 es primo. Supongamos que usted lo dude, ¿cómo haría para verificarlo? La única forma práctica consiste en probar todos los números primos que son menores que la raíz cuadrada de 5.237 y ver si alguno de ellos es un divisor. Esto es tedioso pero posible para el 5.237. Para números realmente grandes es prácticamente imposible... aunque no para las computadoras.

Es así como los matemáticos han buscado fórmulas que les permitan construir números primos. Estas fórmulas no tenían por qué darles todos los números primos que existen, así que no se las podría usar para probar si un número dado es primo. Pero podrían utilizarse para construir números primos de cualquier tamaño deseado, con lo cual la tarea de encontrar un número primo de tamaño récord se convertiría en algo trivial y perdería todo interés.

Sin embargo, jamás se pudo encontrar una fórmula semejante Hacia el año 1600 un fraile francés llamado Marín Mersenne propuso una fórmula que sirve a veces, pero que no siempre puede permitirnos construir un número primo. Esta fórmula es 2^p -1, donde p mismo es un número primo. (Espero que usted entienda que 2^p representa un número que se obtiene multiplicando p números dos entre sí, de modo que 28 es 2x2x2x2x2x2x2x2, o sea 256.)

Mersenne sostuvo que la fórmula da números primos cuando p es igual a 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 67, 127 o 257. Esto puede verificarse para los números pequeños con bastante facilidad. Por ejemplo, si p es igual a 3, entonces la fórmula da 2^3 -1, o sea 7, que efectivamente es un número primo. Si p es igual a 7, entonces 2^7 -1 es igual a 127, que también es primo. Usted puede verificar la ecuación para cualquier otro valor de p que le interese.

Los números que se obtienen al remplazar p por números primos en la ecuación de Mersenne se llaman "números de Mersenne", y si el número resulta ser primo, se lo denomina "primo de Mersenne". Se

[22] Después de haber escrito esto, el editor de Recreational Mathematics me escribió para decirme que tenia nuevos números de Fibonacci, hasta el F_{1000}. Este F_{1000}, que tiene 209 cifras, es algo mas grande que el B-17. Once años después de esto no he sabido nada mas. Estoy seguro de que se han calculado nuevos números de Fibonacci pero, caramba, es difícil estar al día en todo. Hay cosas que a uno se le escapan. (N. del A.)

los simboliza mediante la letra mayúscula M y un subíndice igual al valor de p. Así, M_3 es igual a 7; M_7 es igual a 127, etcétera.

Yo no sé qué método empleó Mersenne para decidir cómo obtener números primos por medio de su ecuación, pero cualquiera que fuera, se equivocó. Los números de Mersenne M_2, M_3, M_5, M_7, M_{13}, M_{17}, M_{19}, M_{31} y M_{127}, son efectivamente primos, o sea que Mersenne señaló nada menos que nueve primos de Mersenne. Pero, después de un cuidadoso examen, resultó que ni el M_{67} ni el M_{257},que Mersenne daba como números primos, lo eran en absoluto, Por otra parte, M_{61}, M_{89} y M_{107}, que Mersenne no puso en la lista de primos, si lo son, y esto hace un total de doce primos del tipo Mersenne.

Marín Mersenne nació cerca de la ciudad francesa de Oizé el 8 de setiembre de 1588. Mersenne fue discípulo del gran matemático Rene Descartes. Mientras Descartes entró en el ejército —ignoramos las razones, pues carecía de aptitudes para ello—, Mersenne ingresó en la Iglesia, uniéndose a la Orden de los Mínimos en 1611. Dentro de la Iglesia prestó grandes servicios a la ciencia, de la cual fue un expositor apasionado. Defendió la filosofía de Descartes contra las críticas eclesiásticas, tradujo algunas de las obras de Galileo y también lo defendió.

El servicio más importante que Mersenne prestó a la ciencia fue la tarea poco común de servir de canal para las ideas. En el siglo diecisiete, mucho antes de que existieran las revistas científicas especializadas, los congresos internacionales y aun antes de que se creasen las academias científicas, Mersenne actuaba como vínculo humano entre los científicos de Europa. Escribió cartas muy extensas destinadas a regiones tan distantes como Constantinopla, informando a un corresponsal del trabajo de otro, formulando sugerencias nacidas de su conocimiento del trabajo de muchos, e instando constantemente a los demás a unírsele en el fecundo camino de la intercomunicación.

Se opuso a doctrinas como la astrología, la alquimia y la adivinación, y apoyó firmemente la experimentación. Como ejemplo práctico de sus opiniones, sugirió a Christiaan Huygens la idea ingeniosa de emplear un péndulo para medir el tiempo que emplean los cuerpos al desplazarse sobre un plano inclinado. Esto no se le había ocurrido a Galileo, que fue el primero en descubrir el principio del péndulo, pero que medía los tiempos de sus cuerpos rodantes empleando el sonido de las gotas que caían por un agujero practicado en el fondo de una lata. Huygens puso en práctica la sugerencia y así surgió el reloj de péndulo, que fue el primer reloj empleado para la investigación científica. Mersenne murió en París el 1 de setiembre de 1648.

En años más recientes, gracias al trabajo de las computadoras, se han hallado ocho primos de Mersenne más (según el número de abril de 1962 de Recreational Mathematics). Estos son: M_{521}, M_{607}, M_{1279}, M_{2203}, M_{2281}, M_{3217}, M_{4253} y M_{4423}.

Además, después de dicho artículo Donald B. Gillies, de la Universidad de Illinois, ha descubierto tres primos de Mersenne todavía mayores. Estos son: M_{9689}, M_{9941}, y M_{11213}.

El más pequeño de estos primos de Mersenne recientemente descubierto, el M_{521}, se obtiene mediante la fórmula 2^{521} -1. Usted toma 521 número dos, los multiplica entre sí y luego resta uno. El resultado es mucho, pero mucho mayor que un googol. En efecto, es mayor que B-13.

Para no prolongar el suspenso diré que el número primo de Mersenne más grande que se conoce, el M_{11213} —que creo que es el número primo más grande que se conoce hasta el presente— tiene 3375 dígitos y, por lo tanto, vale cerca de B-281 ¼. El googol comparado con esto, es una menudencia tan pequeña que no existe ninguna forma razonable de descubrir su pequeñez.

Los griegos practicaron muchos juegos con los números, y uno de ellos consistió en sumar los factores de un número entero dado. Por ejemplo, los factores del 12 (sin contar al mismo número) son 1, 2, 3, 4, y 6. Cada uno de estos números, y ningún otro, cabe un numero exacto de veces en el 12. La suma de estos factores da 16, que es un número mayor que el mismo 12, y por ello se dijo que el 12 es un "número abundante".

Por otra parte, los factores del 10 son 1, 2 y 5, lo que da una suma igual a 8. Este número es menor que el 10 y así se dijo que el 10 es un "número deficiente". (Obviamente todos los números primos son muy deficientes.)

Pero veamos el 6. Cuando la suma de los factores da el mismo número, a ese número se lo denominó "perfecto".

Nunca se obtuvo nada de los números perfectos en dos mil años, pero los griegos se sentían fascinados con esos números, y aquellos que tenían inclinaciones místicas los veneraban. Por ejemplo, se podía sostener (luego de que la cultura griega hubiera influido sobre la judeocristiana) que Dios había creado el mundo en seis días porque el seis es un número perfecto. (Sus factores son los primeros tres números, y no solamente su suma da seis, sino que su producto también vale seis, así que no se puede suponer que Dios haya podido resistirse ante todo eso.)

Yo no sé si los místicos llegaron a hacer notar el hecho de que el mes lunar tiene muy poco más de veintiocho días de duración; y el número 28, cuyos factores son 1, 2, 4, 7 y 14 (cuya suma da 28) es otro número perfecto. Caramba, en realidad los días del mes lunar son 29 1/2, así que los místicos deben haberse sentido intrigados por este descuido de parte del Creador.

Pero, ¿cuántos de estos maravillosos números perfectos existen? Teniendo en cuenta que cuando uno llega al 28 ya ha localizado dos de ellos, podría pensarse que hay muchos. Sin embargo son verdaderamente raros; mucho mas raro que cualquier otro tipo de numero conocido. El tercer número perfecto es 496 y el cuarto es el 8128, y a través de toda la Antigüedad y de la Edad Media, esos fueron los únicos números perfectos conocidos.

El quinto número perfecto no fue descubierto hasta cerca del 1460 (no se conoce el nombre del descubridor) y es el 33.550.336.

En épocas recientes, gracias a la ayuda de la computadora, se han descubierto cada vez más números perfectos, y el total actual es de veinte. El vigésimo y el más grande de éstos es un número que tiene 2663 dígitos, y esto casi equivale a B-222.

Pero de alguna manera he sido desleal hacia Kasner y Newman. He dicho que ellos inventaron el googol y luego pasé a demostrar que es fácil encontrarse con números que son mucho mayores que el googol. Pero debería agregar que ellos también inventaron otro número mucho, pero mucho más grande que el googol. Este segundo número es el "googolplex" que se define como 10^{googol}. Es decir que el exponente es un 1 seguido por cien ceros, y lo podríamos escribir pero no lo haremos. En lugar de eso, diré que un googolplex se puede escribir en la forma:

$10^{10 \wedge 100}$ o también $10^{10 \wedge 10 \wedge 2}$.

El mismo googol se puede escribir fácilmente. Lo hice al comienzo del artículo y sólo me llevó unos pocos renglones. Aun el número más grande que hemos mencionado hasta ahora en este capítulo se puede expresar por escrito con facilidad. Si se lo escribiera completo, el más grande de los números primos de Mersenne ocuparía menos de dos páginas de este libro.

Pero al googolplex no se lo puede escribir... No se puede, literalmente. Es un 1 seguido por un googol de ceros, y este libro no puede contener un googol de ceros, por más pequeños que se los elija para la impresión dentro de lo razonable. A decir verdad, usted no podría escribir el número sobre toda la superficie de la Tierra, aun cuando el tamaño de cada cero no fuera mayor que el de un átomo. Y si representara cada cero por medio de un nucleón, la verdad es que no habría suficientes nucleones en todo el universo conocido, ni en un billón de universos semejantes para reunir los ceros necesarios.

De modo que usted puede ver que el googolplex es incomparablemente mayor que cualquier otra cosa que haya pasado por mis manos. Y sin embargo lo puedo representar sin mayor dificultad empleando números B.

¡Piénselo! A medida que vamos aumentando el número de cifras, los números B van tomando los valores B-1, B-2, B-3, etc., hasta que llegamos al B-1.000.000.000.000. (Este es un número que equivale a decir "un billón de billones de billones de billones...", siguiendo con eso hasta haber repetido la palabra billón un billón de veces. Le llevaría una cantidad imposible de vidas enteras hacerlo pero el principio es válido.) Ya que hemos decidido que un billón se escribe como B-1, el numero B-1.000.000.000.000.000 se puede escribir B-(B-1).

Recuerden que tenemos que multiplicar la parte numérica del numero B por 12 para encontrar el exponente de base diez. Por lo tanto, B-(B-1) es igual a $10^{12.000.000.000.000}$, que es algo mas que $10^{10 \wedge 13}$

De la misma manera, podemos calcular que B-(B-2) es mas de $10^{10 \wedge 25}$ y si seguimos llegaremos finalmente a ver que B-(B-8) es cerca de un googolplex. En cuanto a B-(B-9), este vale muchísimo mas que un googolplex; en efecto, es mucho mayor que un googol de googolplexes.

Un punto más y termino.

En un libro titulado The Lore of Large Numbers, de Philip J, Davis, se da un número denominado "número de Skewes", Este fue obtenido por S. Skewes, un matemático sudafricano que tropezó con él mientras demostraba un complejo teorema sobre números primos. Se lo describe diciendo que "tiene fama de ser el número más grande que ha aparecido en una demostración matemática". Viene dado por la expresión:

$$10^{10 \wedge 10 \wedge 34}$$

Como el googolplex no vale más que $10^{10 \wedge 20}$, el número de Skewes es el mayor de los dos, sin duda alguna.

Y ¿cómo se puede escribir el número de Skewes empleando las formaciones B?

Bueno, a esta altura yo mismo me resisto. No lo voy a hacer.

Lo dejaré en sus manos, oh amable lector, y solamente le habré de dar esta ayuda. Me parece que es evidentemente mayor que B-[B-(B-1)].

A partir de aquí, el rumbo está en sus manos y el camino a la locura no tiene obstáculos. Todos ustedes pueden seguir adelante, a toda marcha.

En lo que a mí respecta me rehusaré a seguir y a perder la cordura; o por lo menos mi cordura habitual, que no es muy abundante.[23]

[23] Después de que este artículo apareció por primera vez, algunos lectores me persiguieron para que escribiera un artículo sobre el número de Skewes Finalmente me di por vencido y publiqué un articulo sobre el tema, con el título "¡Clavado!", que apareció en 1974. Usted lo puede encontrar en el último capitulo de mi libro Matters Great and Small (Doubleday, 1975). (N. del A.)

5

Las variedades del infinito

Hay un cierto número de palabras que a los editores les gusta ver en los títulos de los libros de ciencia ficción a modo de anuncio directo destinado a avisar a los aficionados al género que puedan acercarse a ver el estante de la librería, que los libros son efectivamente de ciencia ficción. Dos de esas palabras son, por supuesto, espacio y tiempo. Otras son La Tierra (con mayúsculas), Marte, Venus, Alfa del Centauro, mañana, estrella, Sol, asteroides, etc. Y otra, para llegar al meollo de este capítulo, es infinito.

En mi opinión, uno de los mejores títulos de ciencia ficción que jamás se haya inventado es Invaders from the Infinite, de John Campbell. La palabra invasores está cargada de agresión, acción y suspenso, mientras que el infinito evoca la inmensidad y el terror del espacio exterior.

En su indispensable Index to the Science Fiction Magazine, Donald Day registra entre sus títulos; "El cerebro infinito", "El enemigo del infinito", "El ojo infinito", "La invasión del infinito", "Momento infinito", "Visión infinita" y "Cero-infinito", y estoy seguro de que hay muchos otros títulos que contienen la misma palabra[24].

Pero, a pesar de toda esta exposición precedente sobre su uso familiar, ¿sabemos qué significa el infinito? Tal vez no todos lo sepamos.

Me imagino que podríamos comenzar por suponer que el infinito es un número grande, muy grande; en realidad, el número más grande que pueda existir.

Si así lo hiciéramos, ya estaríamos cometiendo un error, pues el infinito no es ni un número grande ni absolutamente ninguna clase de número; al menos de la clase que nos imaginamos cuando decimos "número". Por cierto que no es el número más grande que pueda existir, puesto que no existe nada semejante.

Acerquémonos sigilosamente al infinito, suponiendo para empezar que usted quiere dejarle instrucciones por escrito a un niño inteligente para que se ocupe de contar las 538 personas que han pagado entrada para asistir a una conferencia. Supongamos que hay una determinada puerta por la cual debe salir toda la concurrencia en fila india. El niño sólo tendrá que asignar a cada persona cada uno de los distintos números enteros en el orden natural: 1, 2, 3, etcétera.

La palabra "etcétera" significa que hay que seguir contando hasta que toda la gente termine de salir, y que la última persona que salga habrá recibido el número 538. Si usted quiere hacer explícito el orden, puede pedirle al niño que cuente en la forma natural y que después anote con cuidado todos los enteros desde el 1 hasta el 538. Sin duda que esto sería insoportablemente aburrido, pero el niño al que usted le está dejando las instrucciones es inteligente y conoce el significado de un espacio con puntos suspensivos, así que usted le escribe: "Contarás así: 1,2,3,..., 536, 537, 538". El muchachito entenderá (o debería entender) que la línea de puntos indica un espacio en blanco que debe llenarse con todos los enteros desde el 4 hasta el 535 inclusive, en orden y sin ninguna omisión.

Pero suponga que usted no sabe cuál va a ser el total de la concurrencia. Puede ser 538 o 427 o 651. Entonces puede ordenarle al chico que cuente hasta haber asignado un número entero a la última persona, cualquiera que sea la persona y cualquiera que sea el entero. Para expresar lo dicho simbólicamente, usted podría escribirlo así: "Debes contar: 1, 2, 3, ..., n - 2, n - 1, n" . El muchacho listo entenderá que n habitualmente representa algún número entero desconocido pero bien definido.

Supongamos ahora que la próxima tarea que usted encomiende a este niño inteligente consiste en contar el número de hombres que ingresan por la puerta, pasan por una sala, salen por una da puerta, dan la vuelta al edificio y vuelven a ingresar por primera puerta, formando un sistema cerrado continuo.

Imagínese que tanto los hombres que caminan como el muchacho que cuenta no se pueden cansar jamás y están dispuestos a pasarse una eternidad haciendo lo mismo. Obviamente la tarea sería interminable. Jamás llegaría a haber una última persona ni se podría llegar al último entero. (En efecto, por grande que sea un entero, aun cuando conste de una serie de cifras de tamaño microscópico puestas en fila desde aquí hasta la estrella más lejana siempre le podremos sumar el número 1.)

Cómo podremos redactar las instrucciones para contar en una situación semejante. Podemos escribir. "Contarás así: 1,2,3, y así indefinidamente".

La frase "y así indefinidamente" se puede escribir en forma abreviada así: ∞

[24] Este articulo apareció por primera vez en Septiembre de 1959 y el Índice de Donald Day llegaba solamente hasta el año 1950. Después de 1950 la popularidad de la palabra “infinito” en los títulos de Ciencia Ficción ha declinado a medida que ha ido creciendo la complejidad literaria del género. Así es, debo pedirles disculpas (N. del A)

La expresión "1, 2, 3,..., ∞" se debe leer "uno, dos, tres, y así indefinidamente" o bien "uno, dos, tres, y así ilimitadamente", pero generalmente se la lee: "uno, dos, tres, y así hasta el infinito". Hasta los mismos matemáticos emplean la palabra infinito aquí y, por ejemplo, George Gamow ha escrito un libro interesantísimo titulado justamente así: One, Two, Three... Infinite[25].

Podría parecer que emplear la palabra infinito es lo correcto, ya que proviene de una palabra latina que significa "que no tiene fin", pero en este caso habría sido preferible emplear la frase completa. La frase "y así indefinidamente" no puede dar lugar a error. Su significado es claro. En cambio, la frase "y así hasta el infinito" inevitablemente da origen a la idea de que el infinito es un número definido, aunque enorme, y que una vez que hayamos llegado hasta él podemos detenernos.

Así pues, vayamos más despacio. El infinito no es ni un número entero ni de ninguna otra clase que nos resulte familiar. Es una cualidad: la cualidad de interminable. Y cualquier conjunto de objetos (ya se trate de números o de otras cosas) que no tenga fin. Podrá decirse que es una "sucesión infinita" o un "conjunto infinito" . La sucesión de los números enteros desde el 1 en adelante constituye un ejemplo de "conjunto infinito".

A pesar de que el ∞ no es un número, todavía podemos hacerlo intervenir en ciertas operaciones aritméticas. Eso lo podemos hacer con cualquier símbolo. En el álgebra podemos hacerlo con las letras y escribir a + b = c. O podemos hacerlo en las fórmulas químicas al escribir: $CH_4 + 3\ O_2 = CO_2 + 2\ H_2O$. O también podemos hacerlo con abstracciones, como: Hombre + Mujer = Problemas.

La única cosa que tenemos que recordar es que, cuando probamos el efecto de las operaciones matemáticas sobre símbolos que no son los que representan a los enteros, no debemos sorprendernos si dichos símbolos no cumplen las reglas ordinarias de la aritmética que, después de todo, fueron creadas originariamente para aplicarlas específicamente a los enteros.

Por ejemplo, 3-2 = 1, 17-2 = 15, 4875 - 2 = 4873. En general, al restarle 2 a cualquier entero, se obtiene un entero diferente. No se puede concebir ningún otro resultado distinto,

Pero supongamos que ahora restamos 2 de una sucesión interminable de enteros. Por razones de conveniencia podemos omitir los dos primeros números enteros, el 1 y el 2, y comenzar la serie: 3, 4, 5, y así indefinidamente. Usted se dará cuenta de que es tan interminable si comienza con 3 como si lo hace con 1, de manera que puede escribir: 3, 4, 5,..., ∞.

En otras palabras, cuando sustraemos dos objetos de un conjunto infinito, lo que queda todavía es un conjunto Infinito. Podemos escribir esto en símbolos así: ∞ - 2 = ∞. Esto nos parece raro porque estamos acostumbrados a los enteros, donde al restar un 2 se obtiene un número distinto. Pero el infinito no es un número entero y funciona de acuerdo con reglas diferentes. (Esto nunca está de más repetirlo.)

En ese sentido, si usted extrae los primeros 3 enteros o los primeros 25 o los primeros 1.000.000.000.000, lo que queda de la serie todavía es interminable. Siempre puede comenzar, por ejemplo, con 1.000.000.000.001,1.000.000.000.002, y así indefinidamente. De modo que ∞ - n = ∞, donde n representa un entero cualquiera, por grande que sea.

En realidad podemos ir mucho más lejos. Supóngase que consideramos solamente los números enteros pares. Tendríamos una sucesión de la forma: 2, 4, 6 y así indefinidamente. Esta sucesión sería infinita y, por lo tanto, la podríamos escribir: 2, 4, 6,..., ∞. De la misma manera los enteros impares formarían una sucesión infinita que se podría escribir: 1, 3,5,..., ∞.

Ahora bien, supongamos que usted recorre la sucesión de los números enteros y tacha cada uno de los enteros pares que encuentra así: 1, ~~2~~, 3, ~~4~~, 5, ~~6~~, 7, ~~8~~, 9, ~~10~~,11, ~~12~~ ...... ∞. Es decir que de la sucesión infinita de los enteros usted ha eliminado una sucesión infinita — la de los enteros Pares— Y sin embargo le queda otra sucesión infinita, la de los enteros impares. Esto puede representarse como ∞ - ∞ = ∞.

Esto también se puede obtener por el camino inverso. Si usted comienza con los enteros pares y les agrega un entero impar, o dos o cinco, o un trillón, todavía va a tener una sucesión indefinida, de modo que ∞ + n = ∞. Más aún, si usted agregara toda la sucesión indefinida de los enteros impares a la sucesión indefinida de los pares, lo que obtendría sería simplemente la sucesión indefinida de todos los enteros, o sea que ∞ + ∞ = ∞.

Pero a esta altura es muy posible que alguno de ustedes sospeche que estoy forzando un poco las cosas.

Después de todo en los primeros 10 enteros hay 5 que son pares y 5 impares; en los primeros 1.000 enteros hay 500 que son pares y 500 impares; etc. No importa cuántos enteros consecutivos tomemos, la mitad siempre serán pares y la mitad impares.

En consecuencia, si bien la sucesión 2,4, 6,... es indefinida, su número total de términos sólo puede ser la mitad del total de la sucesión también indefinida, 1, 2, 3, 4, 5, 6... Y lo mismo vale para la serie 1, 3, 5,..., la cual, aunque es indefinida, sólo tiene la mitad dé los términos de la sucesión de todos los enteros.

[25] Hay versión castellana: Uno. dos, tres, infinito. Espasa-Calpe, Madrid. (N. del T.)

Y así (podría usted pensar) al sustraer el conjunto de los enteros pares del conjunto de todos los enteros para obtener el conjunto de los impares, lo que hacemos se puede representar corno: ∞ -1/2 ∞ = 1/2 ∞. Usted podría creer con cierta satisfacción que eso "tiene sentido".

Para responder a esa posible objeción volvamos a contar la concurrencia desconocida de la conferencia. Nuestro chico inteligente, que se lo pasó contando para nosotros y se cansó, se le acerca y le pregunta: "¿Cuántos asientos hay en la sala de conferencias?". Usted le contesta: "640".

El niño piensa un poco y dice: "Bueno, desde aquí se ve que todos los asientos están ocupados. No hay asientos vacíos y no hay ninguna persona de pie".

Usted, que también tiene buena vista, dice: "Así es".

Bueno, pues, entonces", dice el chico, "¿por qué contarlos cuando van saliendo? Ahora mismo sabemos que hay exactamente 640 espectadores".

Y tiene razón. Si dos conjuntos de objetos (el conjunto A y el conjunto B) concuerdan exactamente entre sí, de modo que hay un y sólo un objeto de A para cada objeto de B, y uno y sólo uno de B para cada objeto de A, entonces sabemos que el número total de objetos de A es exactamente igual al número total de objetos de B.

En realidad es eso lo que hacemos cuando contamos. Si queremos saber cuántos dientes hay en la dentadura completa de un ser humano le asignamos a cada diente un número y sólo uno (en orden) y aplicamos cada número a un diente y solamente a uno (Esto se llama poner dos conjuntos en "correspondencia biunívoca".) Descubrimos así que sólo hacen falta 32 números para hacerlo, de modo que la sucesión 1, 2, 3, ... , 30, 31, 32 se puede hacer concordar exactamente con el conjunto un diente, el siguiente, el siguiente, ..., el siguiente, el siguiente, el último diente.

Y por lo tanto decimos que el número de dientes que hay en la dentadura completa de un ser humano es el mismo que el número de enteros que hay desde el 1 hasta el 32, inclusive. O sea, para expresarlo de manera breve y concisa: hay 32 dientes.

Ahora podemos hacer lo mismo con el conjunto de los enteros pares. Podemos escribir los enteros pares y asignar un número a cada uno de ellos. Por supuesto que no podemos escribir todos los enteros pares, pero podemos escribir algunos para ver cómo sigue. Sobre cada número entero par podemos escribir el número que le asignamos, de la manera siguiente:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
|	|	|	|	|	|	|	|	|	|
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20

Ya podemos ver que hay una cierta regularidad. A cada número entero se le asigna un número definido y ningún otro, y usted puede decir cuánto vale este número simplemente dividiendo el número par por 2. Así, al entero par 38 se le asigna el numero 19, y ningún otro. Al entero par 24.618 se le asigna el 12.309. De la misma manera, a cualquier número dado de la sucesión de los enteros se le puede asignar un numero entero par, y sólo uno. El numero 538 “se aplica” al numero para 1.076, y a ningún otro. El numero 29.999.999 se aplica al número par 59.999.998, y a ningún otro; etcétera.

Como cada número de la sucesión de los pares se puede aplicar uno y solamente a uno de la sucesión de los enteros y viceversa, las dos sucesiones están en correspondencia biunívoca, y son equivalentes. Entonces, el número de los enteros pares es igual al numero de todos los enteros. Empleando un argumento similar podemos ver que el número de los enteros impares es igual al número de todos los enteros.

Usted puede oponerse diciendo que cuando hayamos terminado de usar todos los enteros pares (o los impares), todavía quedará sin usar la mitad de la sucesión de los enteros. Es posible, pero este argumento no tiene ningún valor puesto que la sucesión de los enteros pares (o la de los impares) nunca se va a terminar de usar.

Por lo tanto, cuando decimos que "todos los enteros" menos los "enteros pares" es igual a los "enteros impares", esto es lo mismo que decir que ∞ - ∞ = ∞, y los términos como 1/2 ∞ se pueden olvidar por completo. En realidad, al extraer los enteros pares del conjunto de todos los enteros, estamos tachando un número de cada dos y, de alguna manera, dividiendo a la sucesión por 2. Como la sucesión todavía es infinita resulta que en cualquier caso ∞ / 2 = ∞, de modo que ¿para qué escribir "un medio de infinito"? Y lo que es mejor todavía, si tacháramos uno de cada dos enteros de la sucesión de números pares, todavía tendríamos una sucesión indefinida de enteros que son divisibles por 4; y si tacháramos uno de cada dos enteros de dicha sucesión, obtendríamos una sucesión indefinida de enteros que son divisibles por 8, y así indefinidamente. Cada una de estas sucesiones "más pequeñas" se puede poner en correspondencia biunívoca con la sucesión de todos los enteros. Pero, si una sucesión interminable de enteros puede dividirse indefinidamente por 2, y todavía sigue siendo indefinida, podemos decir que ∞ / ∞ = ∞.

Si usted duda de que la sucesión indefinida que ha sido tan drásticamente recortada se puede poner en correspondencia biunívoca con la sucesión de todos los enteros considere solamente aquellos enteros que son múltiplos de un billón. Tenemos: 1.000.000.000.000, 2.000.000.000.000, 3.000.000.000.000, ..., ∞. Esos números se ponen en correspondencia con 1, 2, 3,..., ∞. Para cualquier número dado del conjunto de los "billones", como el 4.856.000.000.000.000, habrá un número y sólo uno en el conjunto de todos los enteros que, en este caso, es el 4.856. Recíprocamente para cualquier número del conjunto de todos los enteros, como el 342, habrá un número y sólo uno del conjunto de los billones, que en este caso es el 342.000.000.000.000. Por lo tanto, el número de enteros que son divisibles por un billón es igual al número de todos los enteros.

Esto también funciona en el sentido inverso. Si entre cada dos números usted coloca el número intermedio, obteniendo: 1/2, 1, 1 1/2, 2, 2 1/2, 3, 3 1/2, ..., ∞, lo que habrá logrado es duplicar el número de términos de la sucesión, pero la nueva sucesión obtenida se puede poner en correspondencia biunívoca con el conjunto de los números enteros, de modo que 2 ∞ = ∞. Este proceso lo puede repetir indefinidamente, intercalando la sucesión de todos los números más un cuarto, luego la de todos los números más un octavo, después la de los que terminan en un dieciseisavo... pero las sucesiones que vaya usted obteniendo siempre estarán en correspondencia biunívoca con el conjunto de los enteros de modo que ∞ • ∞ = ∞.

Esto ya parece difícil de tragar. Cómo es posible alinear todas las fracciones sin dejar de asegurarse que a cada una le corresponde un número y solamente uno. Es muy fácil poner en fila a los enteros 1, 2, 3, o a los enteros pares 2, 4, 6, o incluso a los números primos 2, 3, 5, 7, 11, ... Pero cómo puede usted alinear fracciones sin que reste duda alguna de que todas están incluidas, hasta las más caprichosas como 14899 / 2725523 y 689444473 / 2.

Sin embargo, existen varios métodos que permiten construir una lista completa de fracciones, Supongamos que primero anotamos todas las fracciones tales que la suma del numerador más el denominador da 2. De éstas hay una sola; 1/1. Luego anotamos todas las fracciones cuyo numerador y denominador suman 3. Hay dos de estas: 2/1 y ½ . Luego tenemos 3/1, 2/2 y 1/3 , cuyos numeradores y denominadores suman 4. Luego vienen 4/1, 3/2, 2/3 y ¼. Como usted verá, en cada grupo ponemos las fracciones en orden descendente del numerador y ascendente del denominador.

Luego formamos la lista completa: 1/1, 2/1, 1/2, 3/1, 2/2, 1/3, 4/1, 3/2, 2/3, 1/4, 5/1, 4/2, 3/3, 2/4, 1/5, y así indefinidamente, con lo cual nos aseguramos que cualquier fracción dada, por muy complicada que sea, terminará por estar incluida, siempre que avancemos lo suficiente. Así, la fracción 14899 / 2725523 estará ubicada en el grupo de fracciones en que la suma del numerador y el denominador da 2.740.422, y será la 2.725.523 ésima del grupo.

Análogamente, 689444473 / 2 será la segunda fracción del grupo en que la suma de numerador y denominador da 689.444,475. De esta manera toda fracción posible tendrá su lugar asignado en la serie.

Se concluye, entonces, que cada fracción tiene su propio numero de orden y que ninguna puede quedar afuera. Por otra parte todo número tendrá su propia fracción y tampoco podrá quedar ningún número afuera. Es decir que se ha puesto a la sucesión de todas las fracciones en correspondencia biunívoca con la sucesión de todos los enteros, con lo cual se ha demostrado que el número total de las fracciones es igual al número total de los enteros.

(En la lista de fracciones que aparecen más arriba, usted notará que algunas tienen el mismo valor. Así, 1/2 y 2/4 figuran como fracciones distintas, pero las dos tienen el mismo valor. Otras fracciones como 1/1, 2/2 y 3/3 no sólo tienen el mismo valor sino que dicho valor es el de un entero, el 1. Todo esto es correcto. Muestra que el número total de fracciones es igual al número total de enteros, aun cuando en la sucesión de las fracciones se repitan muchas veces los valores de cada fracción y los de todos los enteros; en realidad, el número de veces que se repiten es indefinido.)

A esta altura, es posible que usted haya decidido, aunque quizá de mala gana, que todas las infinidades son una misma, y que el "infinito" es "infinito" sin importar lo que uno le pueda hacer.

¡No es así!

Analicemos los puntos de una recta. Sobre esa recta podemos hacer marcas separadas por intervalos iguales, y esas marcas pueden representar puntos que se numeran 1, 2, 3, y así indefinidamente, si usted se imagina que la recta continúa indefinidamente. Los puntos medios entre los que señalamos con los enteros se pueden marcar como 1/2,1 1/2,2 1/2,..., y luego se pueden marcar todos los tercios y todos los cuartos y todos los quintos, y por cierto que a cada fracción le podemos asignar algún punto de la recta.

Entonces nos puede parecer que a cada punto de la recta le podremos asignar alguna fracción. ¿Están seguros de que no hay ningún punto de la recta que pueda quedar afuera después de haberle asignado un número infinito de fracciones?

¿O tal vez sí?

Es fácil ver que hay un punto de la recta que se puede representar por un valor igual a la raíz cuadrada de dos (√2). Esto se puede demostrar como sigue. Si usted construye un cuadrado que se apoye en la recta, cuyo lado sea exactamente igual al intervalo de un entero (1) que ya estaba marcado sobre la recta, entonces la diagonal del cuadrado vale exactamente √2 . Si trasportamos esa diagonal sobre la recta, con origen en el punto que indicaba el cero, el extremo de ese segmento coincide con el punto de la recta que representa exactamente la √2.

El problema está en que el valor de la V2 no se puede representar por medio de una fracción, de ninguna fracción, de absolutamente ninguna fracción concebible. Esto lo probaron los antiguos griegos y la demostración es sencilla, pero para ahorrar espacio les voy a pedir que acepten mi palabra. Pero entonces, si a todas y a cada una de las fracciones les asignamos distintos puntos sobre la recta, habrá por lo menos un punto, el que corresponde a la √2, que quedará afuera.

Todos los números que se pueden representar como fracciones se llaman "números racionales", porque una fracción es realmente la razón entre dos números, entre el numerador y el denominador. Los números que no se pueden representar por medio de fracciones se llaman "números irracionales" y la √2 de ninguna manera es el único de esos números, aunque fue el primero que se descubrió. La mayoría de las raíces cuadradas, cúbicas, cuartas, etc., son números irracionales. También lo son los más de los senos, cosenos, tangentes, etc.; y también los números que tienen que ver con pi (π) y los logaritmos.

En realidad, el conjunto de los números irracionales es infinito. Se puede demostrar que entre dos puntos cualesquiera de una recta que representen a dos números racionales, por muy próximos que se encuentren, siempre habrá por lo menos un punto que corresponde a un número irracional.

En conjunto, los números racionales y los irracionales se denominan "números reales". Se puede demostrar que a cualquier número real dado se le puede hacer corresponder un punto y sólo uno de una recta dada; y que cualquier punto de la recta se puede hacer corresponder a un número real, y sólo uno. En otras palabras, a todo punto de una recta que no se le puede asignar una fracción, siempre se le puede hacer corresponder un número irracional. Empleando las dos clases de números no queda ningún punto afuera.

En consecuencia, el conjunto de los números reales y el conjunto de los puntos de una recta están en correspondencia biunívoca y son equivalentes. Ahora la próxima pregunta es; El conjunto de todos los números reales, o de todos los puntos de una recta (ya que los dos conjuntos son equivalentes) ¿se puede poner en correspondencia biunívoca con la sucesión de los enteros? La respuesta es ¡no!

Es posible demostrar que, no importa cómo ordene usted a los números reales o a los puntos, no importa qué sistema concebible pueda usar, siempre dejará afuera un número infinito de números reales o de puntos. Como consecuencia nos encontramos en la misma situación que enfrentábamos cuando queríamos contar la concurrencia, cuando todos los asientos estaban ocupados y quedaba gente parada. No teníamos más remedio que aceptar que había más gente que asientos. Y ahora, del mismo modo, estamos obligados a concluir que hay más números reales o puntos sobre una recta que números enteros.

Si queremos expresar el conjunto infinito de puntos por medio de símbolos, no deberemos emplear el símbolo ∞ que significa "y así indefinidamente", ya que éste está ligado a los números enteros y racionales en general. En cambio, se suele emplear el símbolo C, que simboliza el continuo, pues todos los puntos de una recta representan un conjunto continuo.

Por lo tanto, podemos describir el conjunto así: Punto 1, Punto 2, Punto 3, ..., C.

Ahora tenemos una variedad de infinitud que es distinta y más intensamente infinita que la infinitud representada por el "infinito ordinario".

Esta infinitud nueva y más intensa tiene también su aritmética peculiar. Por ejemplo, los puntos de un segmento se pueden poner en correspondencia biunívoca con los puntos de una recta, o con los puntos de un plano, o con los puntos de un sólido. En fin, no prolonguemos la agonía y digamos ya mismo que hay tantos puntos en un segmento de un millonésimo de centímetro como en todo el espacio,

Hacia el año 1895 el matemático alemán Georg Cantor elaboró la aritmética del infinito y también estableció toda una serie de variedades distintas de infinitud, que denominó "números transfinitos"

. Representó estos números transfinitos mediante la letra alef, que es la primera letra del alfabeto hebreo y que se parece a esto: א

Es difícil asignar una nacionalidad a Cantor. Nació en Rusia, por cierto que en Leningrado (que en aquel entonces se llamaba San Petersburgo) el 3 de marzo de 1845. Pero su padre había emigrado a Rusia desde Dinamarca, y después abandonó Rusia con destino a Alemania, cuando el pequeño Georg tenía solamente once años. Además la familia era de origen judío, aunque su madre era católica de nacimiento y su padre se había convertido al protestantismo.

Ya desde su edad escolar Cantor demostró un talento especial para la matemática y con el tiempo, a pesar de la oposición de su padre, escogió la matemática como profesión. En 1867 obtuvo su doctorado

magna cum laude en la Universidad de Berlín. Fue nombrado en un cargo académico en la Universidad de Halle, donde ascendió al cargo de profesor en 1872. En el año 1874 Cantor comenzó a publicar sus excitantes ideas sobre el infinito. Antes que él, Galileo había percibido breves destellos del concepto, pero Cantor fue el primero en elaborar una estructura lógica completa en la cual se postulaba toda una sucesión de números transfinitos que, por así decirlo, representan distintos órdenes de infinitud.

No es mucho lo que se puede hacer con estos diferentes órdenes si deseamos relacionarlos a conjuntos que se puedan describir. El conjunto de los enteros equivale al primer orden, el conjunto de los números reales es de orden superior, el conjunto de las funciones es todavía superior, y allí nos tenemos que detener.

Los puntos de vista de Cantor no fueron aceptados por todos sus colegas. En particular Leopold Kronecker, que había sido uno de los profesores de Cantor, atacó la obra de éste con gran energía. Inspirado por sus celos profesionales, Kronecker evitó que Cantor fuera ascendido, impidiendo su nombramiento en un cargo de la Universidad de Berlín. Afectada por las tensiones de la polémica, la salud mental de Cantor se resquebrajó en 1884 y falleció en un hospital de alienados en Halle, Sajonia, el 6 de enero de 1918.

Los diversos transfinitos se pueden enumerar en orden creciente o, más bien, en orden creciente de infinitud, asignándole a cada uno un subíndice, comenzando por el cero. El transfinito de orden más bajo posible sería el "alef-cero", luego le seguirían el "alef-uno", el "alef-dos", y así indefinidamente, Esto se puede simbolizar como: $\aleph_0$, $\aleph_1$, $\aleph_2$,..., $\aleph_\infty$. En general, haga lo que le hiciere a un número transfinito dado, ya sea sumar, restar, multiplicar o dividir, no lo va a afectar. Solamente se produce un cambio cuando se eleva un transfinito a una potencia transfinita igual al primero (esto no ocurre si el exponente es menor que la base). Entonces se obtiene el siguiente transfinito de orden superior. Así:

$$\aleph_0^{\aleph_0} = \aleph_1; \quad \aleph_1^{\aleph_1} = \aleph_2; \text{ etc.}$$

Se ha demostrado que lo que normalmente denominamos infinito, o sea el infinito de los enteros, es igual al alef-cero. En otras palabras: $\infty = \aleph_0$. Y así vemos cómo la tremenda inmensidad del infinito ordinario resulta ser el más pequeño de todos los transfinitos. La variedad de infinitud que hemos simbolizado como C se podría representar como el alef-uno, de modo que $C = \aleph_1$, pero esto no ha sido demostrado todavía. Hasta ahora ningún matemático ha podido demostrar que exista un conjunto infinito cuya infinitud (o grado de infinidad) sea más fuerte que la de los enteros y al mismo tiempo menos fuerte que la de los puntos de una recta. Sin embargo, tampoco ha habido ningún matemático que lograra probar que no existe dicha infinitud intermedia[26].

Si resulta que el continuo es igual a alef-uno, entonces por fin podremos escribir una ecuación que permita transformar a nuestro amigo el "infinito ordinario":

Finalmente, se ha demostrado que la infinitud de todas las curvas que se pueden dibujar en un plano es todavía más intensa que la infinitud de los puntos de una recta. En otras palabras, no existe ninguna forma de ordenar a las curvas de modo que se las pueda poner en correspondencia biunívoca con los puntos de una recta, sin dejar afuera un conjunto infinito de curvas. Este infinito de las curvas puede resultar igual a alef-dos, pero esto tampoco se ha podido probar todavía.

Y esto es todo. Suponiendo que el infinito de los enteros es alef-cero, que el infinito de los puntos es alef-uno y que el infinito de las curvas es alef-dos, hemos llegado al final. Nadie ha sugerido jamás ninguna variedad del infinito que pueda corresponder a alef-tres (y ni hablar de alef-treinta o alef-tres-millones).

Como dice John E. Freund en su libro A Modern introduction to Mathematics[27] (libro que recomiendo a todos los que por lo menos han encontrado interesante este articulo): "Parece que cuando nos ocupamos de los conjuntos infinitos nuestra imaginación no nos permite contar más allá del tres".

Pero, volviendo por un instante al título Invaders from the Infinite me parece que tenemos derecho a preguntar con un cierto airé flemático: "¿Qué infinito? ¿Alef-cero, nada más?"

[26] Después de que este artículo apareció por primera vez, se ha demostrado que la expresion C = alef-uno no puede ser ni demostrada ni negada por ningún método posible (N. del A.)

[27] Prentice-Hall, Nueva York, 1950. (N. del A.)

Parte 2 Los números y la matemática

6

Un pedazo de pi

En el ensayo titulado “Tose Crazy Ideas”, que apareció en mi libro Fact and Fancy (Doubleday 1962), deslicé casualmente una nota al pie de página con respecto al hecho de que $e^{\pi i} = -1$. He aquí que la mayor parte de los comentarios que recibí después no tenían nada que ver con el ensayo mismo sino con dicha nota (un lector, más afligido que enojado demostró la igualdad, cosa que yo me había olvidado de hacer).

Así llegué a la conclusión de que algunos lectores tienen interés en estos símbolos extraños. Como yo también lo tengo (aunque en realidad no soy matemático, ni nada que se le parezca), siento un impulso irresistible de tomar a uno de ellos, como el π, y hablar sobre él en este capítulo y el que sigue. En el capítulo 8 me referiré a i.

En primer lugar, ¿qué es π? Pues bien, es la letra griega pi, que representa el cociente entre el perímetro de una circunferencia y la longitud de su diámetro. Perímetro proviene del griego perimetron, que quiere decir "la medida alrededor", y diámetro viene del griego diametron, que significa "la medida a través". Por alguna razón desconocida, mientras es costumbre hablar del perímetro de los polígonos, también se acostumbra a cambiar por la palabra latina circunferencia al referirse a los círculos. Supongo que está bien (no soy un purista), pero esto tiende a ocultar el origen del símbolo π.

Allá por el 1600 el matemático inglés William Oughtred, al discutir el cociente entre el perímetro de un círculo y su diámetro, empleó la letra griega π para representar al perímetro y la letra griega δ(delta) para representar al diámetro. Eran las iniciales de perimetron y díametron, respectivamente.

Pero los matemáticos simplifican las cosas muy a menudo igualando a la unidad todos los valores que pueden. Por ejemplo, pueden hablar de un círculo de diámetro unidad. En ese círculo la longitud del perímetro tiene un valor numérico que es igual al cociente entre el perímetro y el diámetro. (Supongo que esto es evidente para algunos de ustedes, y los demás pueden aceptar mi palabra de que es así.) Como en un círculo de diámetro unidad, el perímetro es igual al cociente, este cociente puede representarse por medio de π, el símbolo del perímetro. Y como los círculos de diámetro unidad se encuentran con frecuencia, el hábito acaba por convertirse en regla.

El primer hombre de alto vuelo que empleó π como símbolo del cociente entre el perímetro de un círculo y la longitud de su diámetro fue el matemático suizo Leonhard Euler, en 1737, y lo que a Euler le pareció bien les pareció bien a todos los demás.

Ahora sí puedo volver a llamar circunferencia a la curva que encierra al círculo.

Pero ¿cuánto vale en cifras el cociente entre la circunferencia y su diámetro?

Parece ser que esta pregunta siempre preocupó a los antiguos, incluso mucho antes de que se hubiera inventado la matemática pura. En cualquier clase de construcción que sea más complicada que un gallinero, uno tiene que calcular de antemano todo tipo de mediciones, para no tener que pasarse la vida gritándole a algún peón: "¡Imbécil, a estas vigas les faltan diez centímetros!". Y para hacer las mediciones, siendo el universo como es, siempre hay que usar el valor de π para multiplicar. Aun cuando usted no trabaje con círculos, sino solamente con ángulos (y a los ángulos no los puede evitar) va a tener que tropezar con π.

Es de suponer que los primeros calculistas empíricos que observaron que el cociente es importante, deben de haber determinado ese cociente dibujando una circunferencia y dividiendo directamente las longitudes del diámetro y de la circunferencia. Por supuesto que medir la longitud de la circunferencia es un problema difícil que no se puede resolver empleando la regla común de madera pues ésta resulta demasiado poco flexible para la medición.

Lo que probablemente hicieron los constructores de las pirámides y sus predecesores fue colocar con mucho cuidado una cuerda de lino a lo largo de la circunferencia, trazar una marca pequeña en el punto donde se completaba la circunferencia, para después enderezar la cuerda y medirla con el equivalente de una regla. (Los matemáticos teóricos actuales se enojan por esto y hacen comentarios despreciativos como: "...pero usted está suponiendo sin ninguna garantía que después de enderezar la cuerda, ésta tiene la misma longitud que tenía cuando estaba curvada". Yo me imagino que el honesto trabajador que organizaba la construcción del templo local, puesto frente a esta clase de objeciones, habría resuelto las cosas arrojando el criticón al Nilo.)

De cualquier modo, al dibujar circunferencias de distintos tamaños y hacer bastantes mediciones, sin duda los arquitectos y artesanos deben de haberse dado cuenta muy pronto de que el cociente era siempre el mismo para todos los círculos. En otras palabras, si el diámetro de un círculo era dos veces más grande

que el diámetro de otro, la circunferencia del primero también medía el doble de la circunferencia del segundo. Entonces, el problema no se reducía a descubrir cuánto valía el cociente para un círculo en particular: buscaba un cociente universal que sirviera para todos los círculos y en todos los casos. Una vez que alguien hubiese aprendido el valor de π, nunca más tendría que determinar el cociente para un nuevo círculo.

En cuanto al valor verdadero del cociente hallado en las mediciones, en la Antigüedad éste dependía del cuidado que había tenido la persona que medía y de la importancia que se solía conceder a la exactitud. Por ejemplo, los antiguos hebreos no eran buenos ingenieros civiles, así que cuando les llegó la hora de construir su única edificación importante (el Templo de Salomón), tuvieron que recurrir a un arquitecto fenicio.

De tal manera, era de esperar que al describir el Templo los hebreos emplearan solamente números redondos, al no encontrar ninguna razón para usar fracciones, tan incómodas como aburridas, negándose a preocuparse por cuestiones tan minuciosas e insignificantes cuando se referían a la Casa de Dios.

Así, en el capítulo 4 del 2- Libro de Crónicas ellos describen un "mar de fundición" que formaba parte del Templo y que, presumiblemente, era una especie de recipiente de forma circular. El comienzo de la descripción figura en el segundo versículo de ese capítulo y dice: "También hizo un mar de fundición, el cual tenía diez codos de un borde al otro, enteramente redondo; su altura era de cinco codos, y un cordón de treinta codos de largo lo ceñía alrededor".

Como ustedes ven, los hebreos no se dieron cuenta de que al dar el diámetro de un círculo (diez codos o cualquier otra medida) ellos daban automáticamente la medida de la circunferencia Creyeron que era necesario especificar que la circunferencia medía treinta codos, revelando así que consideraban a π exactamente igual a 3.

En consecuencia, siempre subsiste el peligro de que algunos individuos aferrados a la interpretación literal de la Biblia puedan considerar que 3 es el valor de π establecido por la voluntad divina. Yo me pregunto si éste no habrá sido el motivo que tuvo el ingenuo que algunos años atrás, en una legislatura estatal de los Estados Unidos, presentó un proyecto según el cual π adoptaría el valor legal de 3 dentro de los límites del estado. Por suerte el proyecto no fue aprobado pues, en caso contrario, todas las ruedas de dicho estado (las cuales, sin duda, tendrían que haberse ajustado a las leyes dictadas por los augustos legisladores locales) tendrían que haberse convertido en hexagonales.

De todos modos, los hombres de la Antigüedad que tenían cierta cultura arquitectónica sabían bien, por haberlo medido, que el valor de π era visiblemente mayor que 3. El mejor valor que obtuvieron fue 22/7 (o 3 1/7, si lo prefiere), que por cierto no es malo y todavía se emplea hoy para hacer cálculos rápidos.

En su forma decimal 22/7 es aproximadamente igual a 3,142857..., mientras que π vale 3,141592..., aproximadamente. Es decir que 22/7 sólo representa una diferencia en más del 0,04 por ciento, o sea una parte en 2.500. Esto es suficiente para la mayoría de las aplicaciones prácticas.

Después vinieron los griegos, y éstos desarrollaron un sistema de geometría que no tenía nada que ver con este método despreciable de "poner una cuerda, enderezarla y medirla con la regla". Obviamente, aquel método daba valores que eran tan poco precisos como la regla, la cuerda y el ojo humano, todos los cuales son terriblemente imperfectos. En cambio, los griegos se pusieron a deducir cuál debería ser el valor de π luego de tener en cuenta adecuadamente las rectas y curvas perfectas de la geometría plana ideal que ellos mismos habían inventado.

Por ejemplo, Arquímedes de Siracusa empleó el "método de exhaución" para calcular el número π. (Este método fue un precursor directo del cálculo integral, que el mismo Arquímedes pudo haber inventado dos mil años antes que Newton si algún benefactor del futuro le hubiera enviado los números arábigos por medio de una máquina del tiempo.)

Arquímedes, hijo de un astrónomo, fue el matemático y hombre de ciencia mas grande de la Antigüedad, y nadie se le pudo comparar hasta los tiempos de Isaac Newton, dos mil años después. Aunque educado en la gran ciudad universitaria de Alejandría, realizó su obra en su ciudad natal de Siracusa, Sicilia, donde había nacido hacia el año 287 a. C. Según parece, tuvo cierto parentesco con Hierón II, rey de Siracusa, y tuvo riqueza suficiente como para dedicarse libremente a sus tareas.

Arquímedes descubrió el principio de la palanca y también el del empuje, lo que le permitió afirmar, sin necesidad de destruirla, que una corona de oro había sido adulterada con cobre. Arquímedes descubrió repentinamente el principio mientras se bañaba, y entonces salió corriendo desnudo por toda Siracusa gritando "¡Eureka, eureka!" ("¡Lo tengo! ¡Lo tengo!").

Sus anécdotas más fascinantes tuvieron lugar hacia el final de su larga vida, cuando Siracusa abandonó su alianza con la República Romana y, como consecuencia, una flota romana puso sitio a la ciudad. En aquella época Arquímedes por sí solo representaba una verdadera fuerza de defensa y se la pasaba creando dispositivos ingeniosos para averiar la flota. Se dice que llegó a construir enormes lentes

para provocar incendios en los barcos, grúas mecánicas para levantar y volcar las naves, etc. Según cuentan, se llegó a tal punto que los romanos no se atrevían a aproximarse demasiado a los muros y huían con sólo ver que una cuerda se asomaba sobre ellos.

Pero, después de un sitio de tres años, la ciudad fue conquistada en el 212 a. C. El comandante romano ordenó que Arquímedes fuera capturado vivo, pero éste se encontraba excesivamente concentrado en un problema matemático y cuando un soldado le ordenó que lo siguiera se negó a dejar sus números en la arena. El soldado lo mató.

Para captar la idea, imaginemos un triángulo equilátero que tiene sus vértices sobre la circunferencia de diámetro unidad (triángulo inscripto). La geometría ordinaria nos alcanza para calcular exactamente el perímetro de dicho triángulo. Por si a usted le interesa, su valor resulta ser $3\sqrt{3} / 2$, o sea 2,598076... Un razonamiento geométrico elemental nos permite ver que este perímetro tiene que ser menor que el de la circunferencia (y por lo tanto, menor que el valor de π).

A continuación, supongamos que dividimos en dos a cada uno de los arcos que unen los vértices del triángulo, de modo que al unirlos inscribimos un hexágono (figura de seis lados) regular dentro de la circunferencia. También se puede determinar su perímetro (que vale exactamente 3), y se puede demostrar que es mayor que el del triángulo pero todavía menor que el de la circunferencia. Continuando con este procedimiento una y otra vez podemos llegar a inscribir un polígono regular de 12,24,48... lados.

El espacio que queda entre el polígono y la circunferencia ira disminuyendo cada vez más (dicho espacio se agota hasta quedar "exhausto"; de allí el nombre del método) y el polígono se acercará a la circunferencia tanto como usted desee, aunque nunca la alcance en realidad. Usted puede hacer lo mismo con una serie de polígonos equiláteros que circunscriban al círculo (es decir que sean exteriores al mismo y cuyos lados sean tangentes a la circunferencia) y obtener una sucesión de valores decrecientes que aproximen el valor del perímetro de la circunferencia.

En esencia, lo que Arquímedes hizo fue atrapar la medida de la circunferencia entre una sucesión de números que se le acercaban desde abajo y otra de números que se le acercaban desde arriba. De esta manera, el valor de π podía determinarse con cualquier grado de exactitud, siempre que uno tuviera la paciencia necesaria para soportar el tedio de tener que trabajar con polígonos de gran número de lados.

Arquímedes tuvo tiempo y paciencia para trabajar con polígonos de noventa y seis lados, y así logró demostrar que el valor de π es algo menos que 22/7 y un poquito más que la fracción 223/71, que es muy poco menor.

Ahora bien, el promedio de estas dos fracciones es 3123/994, que en forma decimal se escribe 3,141851... Este número supera al verdadero valor de π en sólo 0,0082 por ciento, o sea una parte en 12.500.

Al menos en Europa no se logró ningún resultado mejor hasta el siglo dieciséis. Entonces se usó por primera vez la fracción 355/ 113 como aproximación al valor de π. Realmente ésta es la mejor aproximación de π que se puede expresar por medio de una fracción razonablemente sencilla. La forma decimal de 355/113 es 3,14159292... y el valor real de π es 3,14159265... Usted puede advertir fácilmente que 355/113 solamente supera al valor verdadero en 0,000008 por ciento, es decir en una parte en 12.500.000.

Sólo para darles una idea de lo buena que es la aproximación de tomar π como 355/113, supongamos que la Tierra fuera una esfera perfecta cuyo diámetro mide exactamente 13.000 kilómetros. Entonces podemos calcular la longitud del ecuador multiplicando 13 000 por π. Si como valor de π, empleamos la aproximación 355/113 el resultado obtenido es 40.840,7080... kilómetros. El valor verdadero de π daría por respuesta 40.840,7045... kilómetros. La diferencia resulta ser de 3 metros y medio, aproximadamente Una diferencia de 3,5 metros en el cálculo de la circunferencia de la Tierra bien puede considerarse como despreciable. Ni siquiera los satélites artificiales que han logrado elevar nuestra geografía hasta nuevos niveles de precisión han podido suministrarnos mediciones con un grado tal de exactitud.

Se concluye entonces que para todos, menos para los matemáticos, 355/113 está todo lo cerca de π que resulta necesario en circunstancias más o menos normales. Pero los matemáticos tienen su propio punto de vista. No pueden sentirse felices si no tienen el valor exacto. En lo que a ellos respecta, por pequeñísima que sea una diferencia, será tan grave como un megaparsec[28].

El paso decisivo para obtener el valor exacto lo dio Francois Vieta, matemático francés del siglo dieciséis. A él se lo considera el padre del álgebra porque, entre otras cosas, introdujo el empleo de letras para representar las incógnitas, las famosas x e y que, en una etapa u otra de nuestra vida, la mayoría de nosotros ha tenido que enfrentar con ansiedad e incertidumbre.

---

[28] El parsec es una unidad de longitud que se emplea para expresar la distancia entre las estrellas y equivale a unos 3.26 años luz. Un megaparsec es un millón de parsecs (ver capitylo 10). (N. del T.)

Vieta puso en práctica el equivalente algebraico del método geométrico de exhaución de Arquímedes. Es decir que, en lugar de construir una sucesión infinita de polígonos que se van aproximando cada vez más a una circunferencia, él dedujo una serie infinita de fracciones que se puede usar para calcular el valor numérico de π. Cuanto más grande sea el número de términos que uno utilice en el cálculo, más cerca estará del valor verdadero de π.

No les voy a dar aquí la serie de Vieta porque contiene raíces cuadradas y raíces cuadradas de raíces cuadradas, y también raíces cuadradas de raíces cuadradas de raíces cuadradas. No hay ningún motivo para que uno se complique la vida con algo semejante, porque otros matemáticos han deducido distintas series de términos (siempre series infinitas) que permiten calcular π y son mucho más fáciles de escribir.

Por ejemplo, en 1673 el matemático alemán Gottfried Wilhelm von Leibniz (que concibió por primera vez el sistema binario (ver capítulo 2) dedujo una serie que se puede expresar como sigue:

$$\pi = 4/1 - 4/3 + 4/5 - 4/7 + 4/9 - 4/11 + 4/13 - 4/15...$$

Como no soy un matemático y carezco de la preparación especializada, cuando se me ocurrió escribir este ensayo pensé ingenuamente que podría usar la serie de Leibniz para escribirles una ecuación sencilla y así mostrarles cómo se puede calcular fácilmente π con una docena de decimales, más o menos. Pero, a poco de comenzar tuve que desistir.

Ustedes podrán condenar mi falta de perseverancia, pero los invito a calcular la serie de Leibniz simplemente hasta donde la hemos escrito más arriba, es decir hasta 4/15. Incluso pueden enviarme una postal para darme el resultado. Si al terminar se sienten desilusionados al descubrir que su respuesta no está tan cerca de π como lo está el valor 355/113, no se den por vencidos. Sigan sumando términos. Sumen 4/17 al resultado anterior, luego resten 4/19, después sumen 4/21 y resten 4/23, etcétera. Pueden seguir hasta donde lo deseen, y si alguno de ustedes descubre cuántos términos se requieren para mejorar el valor 355/113, escríbanme unas líneas y no dejen de decírmelo.

Por supuesto que todo esto puede decepcionarlos. No cabe duda de que la serie infinita es una representación matemática del valor exacto y verdadero de π. Para un matemático es una manera tan válida como cualquier otra de expresar dicho valor. Pero si usted quiere escribirla como un número propiamente dicho, ¿para qué le sirve? Después de sumar un par de docenas de términos, ni siquiera tiene valor práctico para alguien que desee emplearla en la vida diaria; pero, entonces ¿cómo puede hacerse para sumar un número infinito de términos?

Ah, pero los matemáticos no se dan por vencidos al sumar una serie simplemente porque su número de términos sea infinito. Por ejemplo, la serie:

$$1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 + 1/64..,$$

se puede sumar, agregando cada vez más términos sucesivos. Si así lo hacen descubrirán que cuantos más términos empleen mas se acercarán al 1, y pueden expresar esto de manera abreviada que, después de todo, la suma de ese número infinito de términos es simplemente 1.

A decir verdad, hay una formula que se puede usar para determinar la suma de cualquier progresión geométrica decreciente y la expresión de arriba es un ejemplo de esta fórmula.

Así, la serie:

$$3/10 + 3/100 + 3/1000 + 3/10000 + 3/100000...$$

con todos sus infinitos términos, se reduce simplemente a 1/3, y la serie:

$$1/2 + 1/20 + 17200 + 1/2000 + 1/20000...$$

da un total de 5/9.

Por cierto que ninguna de las series que se encontraron para calcular π es una progresión geométrica decreciente, de modo que la fórmula para éstas no se puede usar para calcular la suma. En realidad, jamás se ha encontrado fórmula alguna que permita calcular la suma de la serie de Leibniz ni de ninguna otra que no sea la geométrica. Pero al principio no pareció existir ninguna razón para suponer que no podía haber ninguna manera de encontrar una progresión geométrica decreciente que permitiera calcular TI. De ser así, π podría expresarse corno una fracción. Una fracción es simplemente el cociente de dos números y todo

número que se pueda expresar como fracción o razón es un "número racional", como lo he explicado en el capítulo anterior. De modo que había esperanzas de que π fuera un número racional.

Una manera de demostrar que un número es racional consiste en calcular su valor decimal hasta donde uno pueda (sumando más y más términos de una serie infinita, por ejemplo) y luego demostrar que el resultado es un "decimal periódico", es decir un decimal en el cual un dígito o grupo de dígitos se repite a sí mismo indefinidamente.

De acuerdo con lo expuesto, el valor decimal de 1/3 es 0.33333333333..., mientras que el de 1/7 es 0,142857 142857 142857..., y así indefinidamente. Aun una fracción tal como 1/8 que parece "exacta" es en realidad un decimal periódico si se tienen en cuenta los ceros, ya que su forma decimal equivalente es 0,125000000000... Se puede demostrar matemáticamente que cualquier fracción, por complicada que sea, se puede expresar corno un decimal que, tarde o temprano, se convierte en periódico.

Recíprocamente, cualquier decimal que termina por hacerse periódico, por complicado que sea el ciclo repetitivo, se puede expresar como una fracción exacta.

Tomemos un decimal periódico cualquiera, elegido al azar como el 0,37373737373737... Para empezar podemos construir una progresión geométrica decreciente que se obtiene a partir del decimal escribiéndolo así;

$$37/100 + 37/10000 + 37/1000000 + 37/100000000...$$

y luego podemos usar la fórmula que nos da la suma, que resulta ser 37/99. (Ahora calcule el decimal equivalente de dicha fracción y fíjese en el resultado.)

O bien supongamos tener un decimal que al principio es no periódico y luego se hace periódico, como el 15,21655555555555... Este se puede escribir como:

$$15 + 216/1000 + 5/10000 + 5/100000 + 5/1000000...$$

A partir del término 5/10000 tenemos una progresión geométrica decreciente cuya suma resulta ser 5/9000. En consecuencia, podemos saber con certeza que la serie es finita y sólo está formada por tres términos, de modo que se la puede sumar fácilmente:

$$15 + 216/1000 + 5/90000 = 136949/9000$$

Si lo desea, calcule usted el equivalente decimal de 136949/ 9000 y vea qué resultado se obtiene.

Pues bien, si se calculara el equivalente decimal de π con un cierto número de decimales y se descubriera alguna repetición o período, por débil o complicado que fuera, siempre que se pudiera demostrar que se repite indefinidamente, se podría escribir una nueva serie que permitiría calcular su valor exacto. Esta nueva serie terminaría por dar una progresión geométrica decreciente que se podría sumar. Entonces tendríamos una serie finita y el valor exacto de π se podría expresar no como una serie, sino como un número propiamente dicho.

Los matemáticos se lanzaron en su busca. En 1593 el mismo Vieta empleó su propia serie para calcular π con diecisiete decimales Aquí lo tienen, si quieren mirarlo: 3,14159265358979323. Como ven, no parece haber repeticiones de ninguna clase.

Luego, en 1615 el matemático alemán Ludolf von Ceulen utilizó una serie infinita para calcular π con treinta y cinco decimales. Tampoco descubrió signo alguno de periodicidad. Sin embargo, lo que hizo constituyo una proeza tan impresionante para su época que le ganó una cierta fama, pues a veces a π se le denomina "el numero de Ludolf", al menos en los textos alemanes.

Y después, en 1717, el matemático inglés Abraham Sharp mejoró el valor de Ludolf cuando calculó π con setenta y dos decimales. Y todavía no aparecía síntoma alguno de periodicidad. Pero muy poco después alguien echó a perder el juego...

Para demostrar que un número es racional, hay que encontrar la fracción a la cual es equivalente y escribirla. Pero para demostrar que es irracional no hay necesidad de calcular ni un solo decimal. Lo que tiene que hacer es suponer que el número se puede expresar como una fracción, p/q, y luego demostrar que al hacerlo se llega a una contradicción, como cuando se dice que p debe ser par e impar al mismo tiempo. Si así sucede se ha demostrado que ninguna fracción puede expresar esa cantidad que, por lo tanto, será irracional.

Esta clase de demostración fue exactamente la que desarrollaron los antiguos griegos para demostrar que la raíz cuadrada de 2 es un número irracional (el primer irracional que se descubrió). Se supone que los pitagóricos fueron los primeros en descubrir esto, y que se sintieron tan horrorizados al encontrar que había cantidades que no se podían expresar por medio de fracciones, por complicadas que fueran, que juraron guardar el secreto y castigar con la muerte a quien lo revelara. Pero como sucede con todos los secretos científicos, desde los números irracionales a las bombas atómicas, la información terminó por propagarse.

Bien, en 1761 el físico y matemático alemán Johann Heinrich Lambert demostró finalmente que π es un número irracional. En consecuencia, ya no tenía sentido esperar que apareciera ninguna regularidad, por muy débil que fuera y por muchos decimales que uno calculara. El valor verdadero solamente se puede expresar corno serie infinita. ¡Caramba!

Pero no derramen lágrimas. Una vez que se hubo demostrado que π es irracional los matemáticos se sintieron satisfechos. El problema estaba superado. Y en lo que respecta a la aplicación de π a cálculos físicos, ese problema también podía darse por superado. Usted puede creer que a veces, en cálculos muy delicados, puede ser necesario conocer π con algunas docenas o incluso cientos de decimales, pero no es así. La minuciosidad de las mediciones científicas de nuestros días es maravillosa, pero todavía son pocas las mediciones que se acercan a una parte en mil millones, por ejemplo, y para esos casos de precisión extrema que requieren el uso de π, son suficientes nueve o diez decimales.

Por ejemplo, supongamos que usted dibuja una circunferencia de quince mil millones de kilómetros de diámetro con su centro en el Sol, de modo que encierre a todo el sistema solar, y supongamos que desea calcular la longitud de esta circunferencia (que resulta ser de cerca de cuarenta y siete mil millones de kilómetros) empleando el valor aproximado 355/113 en lugar del valor verdadero de π. El error cometido sería de cuatro mil kilómetros, aproximadamente.

Pero supongamos que usted es un sujeto tan preciso que le resulta insoportable operar con un error de cuatro mil kilómetros en 47.000.000.000. Entonces puede utilizar el valor de Ludolf para π con treinta y cinco decimales. En ese caso la diferencia representaría una distancia equivalente a un millonésimo del diámetro de un protón.

O bien consideremos un círculo grande, como la circunferencia de todo el universo conocido, por ejemplo. Supongamos que los grandes radiotelescopios que se encuentran en construcción puedan recibir señales desde distancias tan grandes como 40.000.000.000 de años luz. Una circunferencia que encierre un universo con ese radio tendrá una longitud que se puede estimar en 2.400.000.000.000.000.000.000.000 (2,4 cuatrillones) de kilómetros. Si se calcula la longitud de esta circunferencia empleando el valor de Ludolf para π con sus treinta y cinco decimales, el error será de dos millonésimos de centímetro.

Entonces, ¿qué se puede decir del valor de Sharp para π, con sus setenta y dos decimales?

Obviamente, el valor de π que se conocía en el momento de demostrarse su naturaleza irracional ya se encontraba mucho rnás allá de la precisión que podía llegar a requerir la ciencia, tanto ahora como en el futuro.

Y a pesar de que el valor de π que ya se había determinado daba todas las necesidades de los científicos, todavía hubo gente que prosiguió sus cálculos durante la primera mitad del siglo diecinueve.

Un individuo llamado George von Vega obtuvo π con ciento cuarenta decimales; otro de nombre J. M. Zacharias Dase lo calculo hasta doscientos decimales y otro más de apellido Richter llegó hasta 500 decimales.

Finalmente, en 1873 William Shanks publicó el valor de π con setecientos siete decimales, lo cual, hasta 1949, constituyó el récord... y no debemos extrañarnos. A Shanks le llevó quince años hacer el cálculo y, por si les interesa, no apareció ningún síntoma de periodicidad.

Podemos preguntarnos cuál fue la motivación que hizo que un hombre empleara quince años en una tarea que no tenía ningún objeto. Quizás se trate de la misma actitud mental que hace que un hombre se siente en la punta de un mástil o se trague pececillos de colores para "batir un récord". O tal vez Shanks vio en ello su camino hacia la fama.

Si es así, lo logró. En los libros de historia de la matemática, en medio de la descripción de hombres como Arquímedes, Fermat, Newton, Euler y Gauss, también hay lugar para una línea dedicada a decir que en los años anteriores a 1873 William Shanks calculó el número π con 707 cifras decimales. Así que tal vez llegó a creer que su vida no había pasado en vano.

Pero ¡ay de la vanidad humana!

En 1949 las enormes computadoras empezaban a difundirse y, de vez en cuando, los muchachos de los controles, llenos de vida, de alegría y de cerveza, tenían tiempo para jugar con la máquina.

Así fue como una vez metieron una de las series infinitas en la computadora llamada ENIAC y la pusieron a calcular el valor de π. La tuvieron trabajando durante setenta horas y al cabo de ese tiempo obtuvieron el valor de π (¡por el fantasma de Shanks!) con 2035 cifras decimales[29].

Y como toque final para nuestro pobre Shanks y sus quince años perdidos, se descubrió un error en la cifra quinientos y pico del valor de Shanks, de modo que todas las cifras siguientes, que eran más de un centenar, ¡estaban equivocadas!

Y por supuesto, por si usted se lo pregunta (y no debería hacerlo), los valores determinados por las computadoras tampoco mostraron ningún signo de periodicidad.

[29] En 1955 una computadora más veloz calculó π con 10.017 cifras decimales en treinta y tres horas y, a decir verdad, existen aspectos matemáticos de interés que se pueden derivar del estudio de las diversas cifras del número π. (Es posible que se hayan obtenido otros resultados desde esta última fecha, pero no los he seguido de cerca) (N. Del A.)

7

Herramientas del oficio

Con lo dicho en el capítulo anterior no se termina la historia de π. Como decíamos en el título, sólo se trataba de un pedazo de π. De manera que sigamos adelante.

La contribución de los griegos a la geometría consistió en darle una forma ideal y abstracta. Los egipcios y los babilonios resolvieron problemas específicos mediante métodos también específicos, pero nunca intentaron establecer reglas generales.

En cambio, los griegos buscaban arduamente lo general y creían que las formas matemáticas tienen ciertas propiedades naturales que son eternas e inmutables. También pensaban que al analizar la naturaleza y las relaciones entre estas propiedades el hombre lograría acercarse todo lo posible a la percepción de la esencia más pura de la belleza y la divinidad. (Si me permiten que por un momento me aparte de la ciencia para invadir los recintos sagrados de las humanidades, puedo señalar que ésta fue la idea que expresó Edna St. Vincent Millay en un famoso verso que dice: "Tan sólo Euclides ha contemplado la Belleza desnuda".)

Después de la muerte de Alejandro Magno varios de sus generales se repartieron el poder sobre las tierras conocidas. Uno de ellos, Ptolomeo, estableció una dinastía que habría de reinar en Egipto durante tres siglos. Trasformó a su capital, Alejandría, en el centro intelectual más grande de la Antigüedad, y uno de los primeros talentos que trabajó allí fue el matemático Euclides.

Muy poco se sabe acerca de la vida privada de Euclides. Nació hacia el año 325 a. C. no sabemos dónde, y se desconoce dónde y cuándo murió.

Su nombre está indisolublemente ligado a la geometría por haber escrito un texto sobre la materia (Los Elementos) que desde ese entono se ha convertido en el patrón clásico aunque, por supuesto, con alguna modificaciones. Ha pasado por más de un millar de ediciones desde la invención de la imprenta, y sin ninguna duda Euclides es el autor de libros de texto más exitoso de todos los tiempos.

Y sin embargo, como matemático, la fama de Euclides no se debe a sus propias investigaciones. Muy pocos de los teoremas que hay en su libro le pertenecen. Lo que hizo Euclides, y lo que lo consagró, consistió en tomar todo el conocimiento matemático que se había acumulado hasta ese entonces y codificarlo en una sola obra. Al hacerlo desarrolló, como punto de partida, un conjunto de axiomas y postulados que son admirables por su elegancia y brevedad.

Además de la geometría, su texto se ocupó de las razones y las proporciones y de lo que ahora se conoce como la teoría de números. También hizo que la óptica pasara a formar parte de la geometría, al tratar a los rayos de luz como si fueran líneas rectas.

Una anécdota que se cuenta acerca de él se refiere al rey Ptolomeo, quien, mientras estudiaba geometría, le preguntó a Euclides si no podía hacer que sus demostraciones fueran un poco más fáciles de seguir. Euclides le respondió de manera intransigente: "Para llegar a la geometría no hay un camino especial para los reyes".

Bueno, para poder llegar hasta la desnudez total de la Belleza uno tiene que concebir figuras perfectas, idealizadas, formadas por partes perfectas e ideales. Por ejemplo, la recta ideal consistía en longitud pura y nada más. No tenía ni espesor ni anchura ni otra cosa, por cierto, que no fuera la longitud. Dos rectas ideales, perfecta e idealmente derechas, se cortaban en un punto ideal y perfecto que no tenía absolutamente ninguna dimensión y no representaba nada más que una posición. Una circunferencia era una línea que se curvaba de manera exactamente igual en todos sus puntos; y cada punto sobre dicha curva se encontraba exactamente a la misma distancia de un punto especial llamado centro de la circunferencia.

Lamentablemente, aunque uno pueda imaginar tales abstracciones, generalmente no se refiere a ellas como si no fueran nada más que abstracciones. Para explicar las propiedades de dichas figuras (e incluso para analizarlas con los recursos que contarnos) es útil, y en realidad casi indispensable, dibujar aproximaciones groseras, toscas y desprolijas sobre cera, barro, sobre un pizarrón o un papel, empleando una varilla puntiaguda, una tiza, un lápiz o una lapicera- (¡Caramba, tanto en la matemática como en la vida la Belleza tiene que cubrirse con ropas!)

Además, para demostrar algunas de las propiedades inefablemente hermosas de las distintas figuras geométricas solía hacerse necesario el empleo de otras líneas, además de las que tenía la figura. Podía hacer falta trazar una nueva recta por un punto de modo que fuese paralela, o tal vez perpendicular, a una segunda recta. Podía ser necesario dividir una recta en partes iguales, o bien duplicar la medida de un ángulo.

Para hacer todos estos dibujos en la forma más prolija y exacta posible se tenían que usar instrumentos. Yo creo que, una vez que uno se pone a pensar a la manera de los griegos, parece natural que cuantos menos instrumentos se utilicen para dibujar, y cuanto más simples sean éstos, tanto más cerca se estará del ideal.

Finalmente las herramientas se redujeron a un elegante mínimo de dos. Una es la regla destinada al trazado de líneas rectas. Recuerden que no se trata de una regla con marcas que indiquen los centímetros ni las pulgadas. No es otra cosa que un pedazo de madera (o quizás de plástico o de metal) sin ninguna marca, que lo único que puede hacer es guiar al instrumento marcador para que trace una línea recta.

La segunda herramienta es el compás que, si bien se lo emplea simplemente para trazar circunferencias, también sirve para marcar segmentos iguales, para trazar arcos que al cortarse determinen un punto que equidista de otros dos, etcétera.

Supongo que la mayoría de ustedes ha estudiado geometría plana y ha utilizado estas herramientas para construir una recta perpendicular a otra, para dividir un ángulo en dos, para circunscribir un triángulo dentro de un círculo, etc. Todas estas tareas y un número infinito de otras más se pueden realizar empleando la regla y el compás un número finito de veces.

Por supuesto que en tiempos de Platón ya se sabía que utilizando herramientas más complejas, ciertas construcciones se podían simplificar; y por cierto que se podían construir algunas obras que hasta entonces no se habían podido hacer empleando solamente la regía y el compás. Pero para los geómetras griegos esto era algo así como dispararle a un zorro o a un blanco fácil, o atrapar un pescado con lombrices, o mirar las respuestas que aparecen al final del libro de adivinanzas. Se obtenían los resultados, pero no era la manera caballeresca de lograrlo. La regla y el compás constituían las únicas herramientas "correctas" para el oficio geométrico.

Tampoco les parecía que esto de restringirse al uso del compás y de la regla limitara indebidamente al geómetra. A veces podía ser incómodo ajustarse a las herramientas del oficio; podía ser más fácil acortar la tarea empleando otros artefactos; pero con toda seguridad bastaba con la regla y el compás para hacerlo todo si uno era lo bastante persistente y lo bastante ingenioso.

Por ejemplo, si a usted le dan un segmento de longitud prefijada que se emplea para representar el número 1, empleando solamente la regla y el compás es posible construir otro segmento que tenga exactamente el doble de largo y que represente al número 2, o bien otro segmento que represente al 3 o al 5 o al 500 o a 1/2 o 1/3 o 1/5 o 3/5 o 2 3/5 o 2716/23. Por cierto que usando sólo la regla y el compás se puede representar geométricamente cualquier número racional positivo (es decir cualquier entero o fracción positiva). Incluso se puede recurrir al empleo de una convención muy sencilla para representar tanto a los números racionales positivos como a los negativos (mas, ay, los griegos nunca lo hicieron).

Una vez descubiertos los números irracionales, números que no se pueden representar empleando ninguna fracción definida, pudo parecer que la regla y el compás dejarían de servir, y sin embargo nada de eso ocurrió.

Por ejemplo, la raíz cuadrada de dos tiene el valor 1,414214... y así indefinidamente. Entonces, cómo hace usted para construir un segmento que sea 1,414214... veces más largo que otro, cuando ni siquiera puede saber exactamente cuántas veces más largo debe ser ese segmento.

A decir verdad es muy fácil. Imagínese un segmento que une el punto A al punto B. (Yo creo que para hacer esto no se necesita un diagrama, pero si le parece necesario puede usted trazar los segmentos a medida que vaya leyendo. No va a ser difícil.) Digamos que este segmento AB representa el número 1.

Luego construya una recta que pase por el punto B y que sea perpendicular a AB. Ahora tenemos dos rectas que forman el ángulo recto. Usemos el compás para trazar una circunferencia con centro en B que es el punto donde se cruzan las dos rectas, y que pase por A. Esta circunferencia cortará a la perpendicular que recién hemos trazado en un punto que llamaremos C. Debido a las propiedades conocidas de la circunferencia el segmento BC es exactamente igual al segmento AB, y también vale 1.

Finalmente, unamos los puntos A y C con un tercer segmento de la recta.

Corno lo demuestra la geometría, este segmento AC es exactamente $\sqrt{2}$ veces más largo que el AB o el BC, y por lo tanto representa el número irracional $\sqrt{2}$.

No se le ocurra pensar ahora que basta con medir AC en función de AB para obtener el valor exacto de $\sqrt{2}$. La construcción se hizo con instrumentos imperfectos en manos de hombres imperfectos y no es más que una aproximación grosera de los números ideales que se representan. Lo que vale $\sqrt{2}$ es el segmento ideal que hemos representado como AC, y no el segmento real AC.

De manera análoga, es posible utilizar la regla y el compás para representar un número infinito de otras cantidades irracionales.

Los griegos no tenían, por cierto, ninguna razón para dudar que absolutamente cualquier número concebible podía representarse mediante un segmento que se podía construir empleando solamente la regla y el compás en un número finito de pasos. Y, puesto que todas las construcciones se reducían a construir

ciertos segmentos que representaban a determinados números, creían que cualquier cosa que se pudiera hacer con cualquier herramienta también podía hacerse empleando solamente la regla y el compás. Algunas veces, los detalles de la construcción con regla y compás podían ser difíciles de descubrir, pero los griegos pensaban que con el tiempo, si se disponía de bastante ingenio, perspicacia, inteligencia, intuición y suerte, se acabaría por descubrir la construcción requerida.

Por ejemplo, los griegos nunca supieron cómo dividir una circunferencia en diecisiete partes iguales empleando solamente la regla y el compás. Y sin embargo podía hacerse. Hasta el año 1801 no se pudo descubrir el método, pero en ese año el matemático alemán Karl Friedrich Gauss, que sólo tenía veinticuatro años, logró hacerlo. Una vez que hubo dividido a la circunferencia en diecisiete partes, pudo unir los puntos de división con una regla y así formar un polígono regular de diecisiete lados (un “heptadecágono”). Se podía emplear el mismo método para construir un polígono regular de 257 lados, y también un número infinito de otros polígonos con más lados todavía, cuyo número posible de lados se puede calcular mediante una fórmula que no voy a presentar aquí.

Gauss, hijo de un jardinero, nació en Braunschweig, Alemania, el 30 de abril de 1777. Fue un niño prodigio para las matemáticas y siguió siendo un prodigio durante toda su vida. Era capaz de realizar verdaderas proezas con la memoria y el cálculo mental. A la edad de tres años ya corregía las sumas que hacía su padre. En reconocimiento a su inteligencia excepcional la educación de Gauss corrió por cuenta del duque Ferdinando de Brunswick. En 1795 Gauss ingresó en la Universidad de Gottinga.

Cuando todavía no había alcanzado los veinte años ya había hecho una cantidad de descubrimientos notables, incluyendo el "método de los cuadrados mínimos", que permite determinar la mejor curva que se ajusta a un grupo de tan sólo tres resultados experimentales. Cuando todavía no había egresado de la universidad descubrió un método para construir un polígono equilátero de diecisiete lados con regla y compás y, lo que es todavía más importante, descubrió qué polígonos no se podían construir por dicho método... lo cual constituyó la primera demostración de una imposibilidad matemática.

En 1799 Gauss demostró el teorema fundamental del álgebra, que dice que toda ecuación algebraica tiene una raíz que toma la forma de un numero complejo, y en 1801 llegó a demostrar el teorema fundamental de la aritmética, que dice que todo numero natural se puede representar como producto de números primos, y que dicho producto es único.

Todo esto requería una concentración muy intensa. Cuenta una anécdota que, cuando en 1807 le dijeron que su esposa estaba muriendo, levantó la vista del problema que lo tenía ocupado y masculló: "Díganle que espere un momento a que yo termine”.

Parecía que su mente inquieta jamás se habría de detener. A la edad de sesenta y dos años aprendió solo el idioma ruso. Pero en su vida privada la tragedia no dejo de acosarlo. Sus dos esposas murieron jóvenes y solo uno de sus seis hijos lo sobrevivió. Murió en Gottinga el 23 de febrero de 1855.

Si la construcción de algo tan sencillo como un heptadecágono regular no estaba al alcance de los grandes geómetras griegos, a pesar de tratarse de un problema que al fin y al cabo era perfectamente resoluble, ¿por qué no habría de ser resoluble cualquier construcción concebible por más complicada que pudiera parecer?

Para dar un ejemplo, una construcción que fascinaba a los griegos era la siguiente: dado un círculo, construir un cuadrado que tenga la misma área.

Esta construcción se llamaba "cuadratura del círculo".

Hay varias maneras de hacer esto. He aquí un método. Midamos el radio del círculo con el instrumento de medición más exacto que tengamos... digamos, sólo para abreviar, que el radio tiene exactamente un centímetro de largo. (Este método funciona para un radio de cualquier longitud, así que por qué no darnos el lujo de la simplicidad.) Elevemos ese radio al cuadrado, con lo cual tenemos el mismo valor 1, puesto que 1 x 1 es 1, gracias a Dios, multipliquemos ahora por el mejor valor de π que encontremos. (¿Ya se estaban preguntando cuándo aparecería π de nuevo?) Si empleamos como valor de π el 3,1415926, entonces el área del círculo resulta ser de 3,1415926 centímetros cuadrados.

Ahora hallemos la raíz cuadrada de este número, que da 1,7724539 centímetros, y dibujemos un segmento de 1,7724539 centímetros de largo, empleando nuestro instrumento de medición para estar seguros de la longitud. En cada extremo del segmento construyamos una perpendicular, marquemos 1,7724539 centímetros sobre cada perpendicular y unamos esos dos puntos.

¡Voila! Tenemos un cuadrado que tiene la misma área que el círculo dado. Pero, por supuesto que usted puede sentirse incómodo. Su instrumento de medición no es infinitamente exacto y tampoco lo es el valor de π que usted empleó. ¿Significa esto que la cuadratura del círculo es solamente aproximada, y no exacta?

Por cierto que sí, pero no son los detalles lo que cuenta, sino el principio. Podemos suponer que el aparato de medición sea perfecto, y que el valor de π que se empleó sea exacto con un número infinito de cifras decimales. Después de todo, esto es tan justificable como suponer que nuestras rectas reales, dibujadas, representan rectas ideales, o como considerar que nuestra regla es perfectamente recta y que nuestro compás tiene dos puntas perfectas. En principio, realmente hemos realizado la cuadratura perfecta del círculo.

Ah, pero hemos empleado un instrumento de medición, que no es ninguna de las dos herramientas que puede emplear un geómetra decente. Ello lo califica a usted como un grosero y un maleducado, y en consecuencia se rechaza su ingreso en el club. . He aquí otro método para lograr la cuadratura del círculo. En realidad, lo que usted necesita, suponiendo que el radio de su círculo represente el 1, es otro segmento que represente el valor $\sqrt{\pi}$. Un cuadrado que tenga por lado a ese segmento tendrá exactamente la misma área de un círculo de radio unidad. ¿Y cómo se construye ese segmento? Bueno, si usted pudiera construir un segmento igual a π veces la longitud del radio, empleando métodos conocidos con regla y compás, solamente podría construir un segmento cuya longitud fuera igual a la raíz cuadrada del primero y que, por lo tanto, representaría la $\sqrt{\pi}$, que es lo que estarnos buscando.

Pero es muy sencillo obtener un segmento que sea igual a π por el radio. De acuerdo con una fórmula bien conocida, el perímetro de la circunferencia tiene un longitud igual a dos veces el producto de π por el radio. Así pues, imaginemos a un círculo que se apoya sobre una línea recta y hagamos una pequeña marca en el punto exacto donde la circunferencia y la recta se tocan. Luego hagamos girar lentamente al círculo de modo que se desplace a lo largo de la recta (sin deslizarse) hasta que el punto que hemos marcado haya dado una vuelta completa y vuelva a tocar la recta. Hagamos una nueva marca en el nuevo punto de contacto. De este modo habremos determinado la longitud de la circunferencia sobre la recta, y la distancia entre las dos marcas será dos veces π. Dividiendo el segmento recién determinado mediante los métodos usuales de la geometría con regla y compás tendremos un segmento que representa al número π. Construyamos la raíz cuadrada de ese segmento y tendremos la $\sqrt{\pi}$.

Voila! Hemos logrado efectivamente la cuadratura del círculo.

Pero no es así. Mucho me temo que usted todavía no pueda ingresar en el club. Sucede que ha utilizado un círculo rodante con una marca dibujada, y eso resulta ser un instrumento que no es ni la regla ni el compás.

La cuestión es que hay cualquier número de procedimientos para reducir un círculo a un cuadrado equivalente, pero los griegos no pudieron encontrar ninguna forma de hacerlo empleando solamente la regla y el compás en un número finito de pasos. (Emplearon no sé cuántas horas-hombre en busca del método y, si se mira hacia atrás, bien puede parecer un ejercicio un tanto inútil, pero no es así. En la búsqueda se cruzaron con todas clases de curvas nuevas, tales como las secciones cónicas, y descubrieron nuevos teoremas, que eran muchísimo más útiles que la misma cuadratura del círculo.)

Aunque los griegos no lograron encontrar el método, la búsqueda no se interrumpió. Hubo gente que siguió probando y probando y probando...

Y ahora cambiemos de tema por un momento.

Consideremos una ecuación sencilla como la $2x - 1 = 0$. Se puede ver que poniendo $x = 1/2$ la igualdad se verifica exactamente, esto que $2 \cdot 1/2 - 1$ es efectivamente igual a cero. No existe ningún otro número que se pueda remplazar en lugar de x en esta ecuación y que verifique la igualdad.

Remplazando por números distintos los números enteros que tiene la ecuación (los "coeficientes", como se los denomina), x puede tomar otros valores numéricos específicos. Por ejemplo, en la ecuación $3x - 4 = 0$, x es igual a 4/3; y en $7x + 2 = 0$, $x = - 2/7$. A decir verdad, eligiendo los coeficientes convenientemente un puede obtener un valor de x igual a cualquier fracción o número entero positivo o negativo.

Pero en esa "ecuación de primer grado" , solamente puede obtener valores racionales de x. Si A y B son números racionales, no es posible hallar una ecuación de la forma $Ax + B = 0$ donde x resulte ser igual a $\sqrt{2}$, por ejemplo.

Para lograrlo tenemos que probar con una clase más complicada de ecuación. Supongamos que probamos con $x^2 - 2 = 0$, que es una "ecuación de segundo grado" porque contiene un cuadrado. Si usted la resuelve calculando x se encuentra con que la respuesta √'2 es el valor de x que hace que se verifique la igualdad. En realidad hay dos respuestas posibles, pues si remplazamos x por $-\sqrt{2}$ también se cumple la igualdad.

Uno puede construir ecuaciones de tercer grado, tales como $Ax^3+ Bx^2 + Cx + D = 0$, o de cuarto grado (no creo que sea necesario que les dé más ejemplos), o de grados más altos. En cada caso, hallar el valor de x se hace cada vez más difícil, pero se obtienen soluciones con raíces cúbicas, raíces cuartas, etcétera.

En cualquier ecuación de este tipo ("ecuación polinomial") el valor de x se puede obtener operando con los coeficientes. Si tomamos el caso más simple, el de la ecuación general de primer grado: Ax + B = O,

el valor de x es –B/A. Para la ecuación general de segundo grado: $Ax^2 + Bx + C = 0$, tenemos dos soluciones. Una vale $(- B + \sqrt{(B^2 - 4AC)}) / (2A)$; la otra vale $(- B - \sqrt{(B^2 - 4AC)}) / (2A)$.

Las soluciones se van haciendo progresivamente más complicadas y se llega a que, para ecuaciones de grado mayor o igual al quinto, no se puede dar ninguna solución general, aunque todavía se pueden obtener soluciones particulares. Sin embargo, subsiste el principio de que para todas las ecuaciones polinomiales el valor de x se puede expresar empleando un número finito de enteros en un número finito de operaciones. Dichas operaciones consisten en la suma, resta, multiplicación, división, elevación a potencias ("potenciación") y extracción de raíces ("radicación")

Estas operaciones son las únicas que se usan en el álgebra corriente y por ello se denominan "operaciones algebraicas". Cualquier número que se pueda obtener a partir de los enteros mediante un número finito de operaciones algebraicas, cualquiera que sea la combinación que formen éstas, se denomina "número algebraico". Para decirlo al revés; todo número algebraico es una solución posible de alguna ecuación polinomial.

Pero resulta que el equivalente geométrico de todas las operaciones algebraicas, exceptuando la extracción de raíces de índice superior al dos (raíz cuadrada), se logra empleando solamente la regla y el compás. En consecuencia, si un segmento dado representa el 1, se deduce que un segmento que represente a cualquier número algebraico que se obtenga sin recurrir a raíces superiores a la cuadrada se podrá construir empleando la regla y el compás en un número finito de operaciones.

Como parece que π no contiene ninguna raíz cúbica (ni do otro orden), ¿es posible que se lo pueda construir mediante regla y compás? Eso sería posible si los números algebraicos incluyeran a todos los números. Pero ¿es cierto eso? ¿O tal vez haya números que no son soluciones de ninguna ecuación polinomial, y que por lo tanto no son algebraicos?

Para empezar, todos los números racionales posibles pueden ser soluciones de ecuaciones de primer grado, de modo que todos los números racionales son algebraicos. Además, no cabe duda de que algunos números irracionales son algebraicos, pues es fácil construir ecuaciones que tengan por solución $\sqrt{2}$ o raíz cúbica de 15 menos 3.

Pero, ¿puede haber números irracionales que no sirvan de solución a ninguna de las infinitas ecuaciones polinomiales distintas de todos los infinitos números de grados posibles?

Por fin, en 1844 el matemático francés Joseph Liouville encontró una forma de demostrar que tales números no algebraicos existen. (no, no se como lo hizo, pero si hay algún lector que crea que puedo entender el método, y debo advertirle que no me sobreestime, lo habré de recibir con gusto.)

A pesar de haber demostrado que existían los números no algebraicos, Liouville no logró encontrar ningún ejemplo especifico. A lo sumo logró demostrar que el número representado por el símbolo e no puede servir de raíz de ninguna ecuación concebible de segundo grado.

(En este punto me siento tentado a embarcarme en una discusión del número e porque, como ya dije al comienzo del capítulo anterior, existe la famosa ecuación $e^{\pi i} = -1$. Pero habré de resistir la tentación, entre otras cosas, porque ya dije algo acerca de e en el capítulo 3.)

Más tarde, en 1873, el matemático francés Charles Hermite elaboró un método de análisis que demostró que e no puede ser la raíz de ninguna ecuación concebible de ningún grado posible y en consecuencia no es un número algebraico. De hecho, es lo que se denomina un "número trascendente", o sea que trasciende (es decir que va más allá de) las operaciones algebraicas y por lo tanto no se lo puede producir a partir de los enteros mediante ningún número finito de esas operaciones, (Así tenemos que la $\sqrt{2}$ es un número irracional pero se lo puede construir mediante una sola operación algebraica, calculando la raíz cuadrada de 2. En cambio, el valor de e sólo puede ser calculado utilizando series infinitas que contienen un número infinito de sumas, divisiones, restas, etcétera.)

Empleando los métodos desarrollados por Hermite el matemático alemán Ferdinand Lindermann demostró en 1882 que también π es un número trascendente.

Esto es crucial para el objeto del presente capítulo, porque significa que no se puede construir ningún segmento equivalente a π empleando solamente la regla y el compás en un número finito de manipulaciones. La cuadratura del círculo no se puede lograr empleando sólo la regla y compás. Es tan imposible hacer esto como lo es hallar el valor exacto de $\sqrt{2}$, o como encontrar un número impar que sea múltiplo exacto del 4.

Y ahora una cuestión destacable acerca de los números trascendentes...

Eran difíciles de encontrar, pero ahora que los conocemos resulta que su número es impresionante. Prácticamente cualquier expresión que contenga a e o a π es trascendente, siempre que la expresión no esté construida de manera que e o π se simplifiquen, adecuadamente todas las expresiones que contienen logaritmos (que tienen que ver con e) y prácticamente todas las que contienen las funciones trigonométricas

(las cuales tienen que ver con π) son trascendentes. También lo son las expresiones que contienen números elevados a una potencia irracional, como $x^{\sqrt{2}}$.

A decir verdad, si usted se remite a lo expresado en el capítulo 5, me habrá de comprender cuando le diga que se ha demostrado que los números algebraicos se pueden poner en correspondencia biunívoca con los enteros, lo cual no es posible para los números trascendentes.

Esto significa que los números algebraicos, aunque infinitos pertenecen al orden más bajo de los números transfinitos, $\aleph_0$, mientras que los números trascendentes pertenecen, por lo menos al primer transfinito de orden superior, $\aleph_1$. Es decir que hay infinitamente más números trascendentes que números algebraicos

Por cierto que, a pesar de que el carácter trascendente de π está perfectamente establecido desde hace cerca de un siglo, esto no ha podido detener a los partidarios ardientes de la cuadratura del círculo, que siguen trabajando con la regla y el compás, con ahínco y sin ninguna esperanza, y que periódicamente anuncian nuevas soluciones.

De modo que si usted conoce un método para lograr la cuadratura del círculo con la regla y el compás, lo felicito, pero en alguna parte de su demostración hay una falacia. Y no tiene ningún sentido que me mande la demostración, porque soy un pésimo matemático y es muy posible que no logre descubrir la falacia, pero sí le puedo decir que la tiene.

8

El imaginario que no lo es

Cuando yo era apenas un muchacho que cursaba los primeros años de la universidad, tuve un amigo con el que almorzaba todos los días. A las 11 de la mañana él asistía a las clases de sociología, materia que yo me negaba terminantemente a cursar, y a esa hora yo asistía a la clase de análisis matemático, materia que él se negaba categóricamente a cursar... así que nos teníamos que separar a las once y nos volvíamos a encontrar a las doce.

Sucede que su profesor de sociología era un erudito a quien le gustaba hacer las cosas a lo grande y seguir exponiendo cuando su hora ya se había terminado. Los estudiantes más devotos se le acercaban y lo escuchaban exponer pomposamente durante otros quince minutos, y de vez en cuando le arrojaban alguna pregunta como si fuera un leño destinado a alimentar la llama del oráculo.

Por consiguiente, una vez terminada mi clase de análisis yo tenía que entrar en el aula de sociología y esperar pacientemente a que terminara la sesión.

Una vez entré cuando el profesor estaba anotando en el pizarrón su clasificación de la humanidad en dos grupos: los místicos y los realistas; y entre los místicos había incluido a los matemáticos junto con los poetas y los teólogos. Un estudiante quiso saber por qué.

“Los matemáticos", dijo el profesor, "son místicos porque creen en números que no tienen realidad".

Normalmente, al no pertenecer al curso, yo me sentaba en un rincón y soportaba todo, entre aburrido y silencioso, pero al oír eso me paré convulsionado y dije: "¿Qué números?".

El profesor miró hacia donde yo estaba y dijo: "La raíz cuadrada de menos uno. No tiene existencia. Los matemáticos lo llaman imaginario. Pero de alguna manera mística creen que tiene alguna clase de existencia".

"No hay nada de místico en ello", dije airadamente. "La raíz cuadrada de menos uno es tan real como cualquier otro número." El profesor sonrió, creyendo encontrarse delante de un muchacho listo que le permitiría demostrar la superioridad de su intelecto (después de eso he tenido que dar clases yo mismo, así que sé exactamente cómo se sentía). Dijo, adulonamente: "Aquí tenemos un joven matemático que desea demostrar la realidad de la raíz cuadrada de menos uno. Adelante, joven ¡alcánceme usted un trozo de tiza equivalente a la raíz cuadrada de menos uno!" Yo me puse colorado: "Bueno, espere un momento...". "Eso es todo", dijo él, haciendo un ademán con la mano. Se habrá imaginado que su misión ya estaba cumplida, con suavidad y elegancia.

Pero yo levanté mi voz. "Voy a hacerlo. Voy a hacerlo. Yo le voy a dar un pedazo de tiza equivalente a la raíz cuadrada de menos uno si usted primero me da un pedazo de tiza que valga un medio".

El profesor sonrió de nuevo y dijo "muy bien", partió un trozo de tiza nueva en dos partes y me alcanzó una de ellas. "Ahora le toca cumplir su parte."

"Ah no, espere", dije, "usted no ha cumplido su parte. Esto que me dio es un trozo de tiza, y no medio trozo". Lo sostuve bien alto para que los otros lo vieran. "¿Habrá alguien entre ustedes que diga que éste no es un trozo de tiza? Por cierto que no son ni dos ni tres."

Ahora el profesor ya no sonreía. "No siga. Un trozo de tiza es un trozo de longitud reglamentaria. El que yo le di tiene la mitad de la longitud reglamentaria."

Entonces dije: "Ahora me está echando encima una definición arbitraria. Pero, incluso en el caso de que yo la acepte, ¿está usted dispuesto a sostener que este trozo de tiza equivale a un medio y no a 0,48 o a 0,52? ¿Y se cree usted realmente calificado para discutir la raíz cuadrada de menos uno, cuando no tiene muy claro el significado de un medio?"

Pero a esa altura el profesor ya había perdido por completo su ecuanimidad y su argumento final fue incontestable. Dijo: "¡Váyase inmediatamente de aquí!" Yo me retiré riendo y a partir de entonces esperé a mi amigo en el pasillo.

Han pasado veinte años desde entonces, y supongo que debo concluir aquella discusión...

Comencemos con una ecuación algebraica tan simple como $x + 3 = 5$. La expresión x representa a un número que remplazado en lugar de x convierte la expresión en una identidad. En este caso particular x debe ser igual a 2, ya que $2 + 3 = 5$, y decimos que hemos "resuelto la ecuación en x".

Lo interesante que tiene esta solución es que es única. No existe ningún otro número que no sea el 2 tal que al sumarle 3 dé por resultado 5.

Esto vale también para cualquier problema de esta clase, que se llama "ecuación lineal" (porque en geometría se la puede representar mediante una línea recta) o también "ecuación polinomial de primer grado". Ninguna ecuación polinomial de primer grado puede tener más de una solución en x.

Pero hay otras ecuaciones que sí pueden tener más de una solución. He aquí un ejemplo: $x^2 - 5x + 6 = 0$ donde x^2 ("x cuadrado") representa al producto de x por x. Esta se denomina "ecuación cuadrática", porque contiene a x^2. También se la llama "ecuación polinomial de segundo grado" debido al exponente 2 en x^2. En cuanto a la x misma, se la podría escribir como x^1, pero al exponente 1 siempre se lo omite y se presupone que está, y ésa es la razón por la cual x + 3 = 5 es una ecuación de primer grado.

Si tomamos la ecuación $x^2 - 5x + 6 = 0$ y remplazamos a x por 2, entonces x^2 vale 4, mientras que 5x es 10, de modo que la ecuación se convierte en 4 - 10 + 6 = 0, que es correcta, y por lo tanto 2 es solución de la ecuación.

Pero si sustituimos x por 3, entonces x^2 es 9 y 5x es 15, de manera que la ecuación se convierte en 9 -15 + 6 = 0, que también es correcta, por lo cual 3 es una segunda solución de la ecuación.

Por cierto que jamás se ha encontrado ninguna ecuación de segundo grado que tenga más de dos soluciones, pero ¿qué sucede con las ecuaciones polinomiales de tercer grado? Estas son ecuaciones que contienen x^3 ("x al cubo"), y que por consiguiente se denominan "ecuaciones cúbicas". La expresión x^3 representa x por x por x.

La ecuación $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ tiene tres soluciones, ya que se puede remplazar por los valores 1, 2 o 3 y obtener en cada caso una identidad. Tampoco se ha encontrado jamás ninguna ecuación cúbica que posea más de tres soluciones.

De la misma manera se pueden construir ecuaciones polinomiales de cuarto grado que tendrán cuatro soluciones y ninguna más; ecuaciones polinomiales de quinto grado, con cinco soluciones solamente; etc. Podemos decir entonces que una ecuación polinomial de grado n puede tener n soluciones, pero no más de n.

Los matemáticos anhelaban algo todavía más bello que esto, y lo encontraron cerca del año 1800. El matemático alemán Karl Friedrich Gauss demostró entonces que toda ecuación de grado n tiene exactamente n soluciones, y no sólo ninguna más, sino tampoco ninguna menos.

Pero para que este teorema fundamental sea válido tendremos que ampliar drásticamente nuestra noción de lo que constituye una solución de una ecuación algebraica.

Al comienzo los hombres solamente aceptaban los "números naturales": 1, 2, 3, etc. Estos son adecuados para contar objetos que comúnmente sólo se consideran como unidades. Uno puede tener 2 niños, 5 vacas u 8 ollas; pero no tiene mucho sentido tener 2 1/2 niños, 5 1/4 vacas ni 8 1/3 ollas.

Pero al medir magnitudes continuas tales como la longitud o el peso, las fracciones se hicieron imprescindibles. Los egipcios y los babilonios se las arreglaron para elaborar métodos que les permitieron operar con fracciones, aunque a nosotros esos métodos no nos parecerían muy eficientes; y sin duda no faltaron entre ellos los eruditos conservadores que miraban con desprecio a los matemáticos místicos que creían en un número como el 5 1/2 que no vale ni 5 ni 6.

En realidad dichas fracciones son cocientes de números enteros. Decir que una tabla de madera tiene 2 5/8 metros de largo, por ejemplo, es lo mismo que decir que la longitud de la tabla es a la longitud de un metro patrón como 21 es a 8. Pero los griegos descubrieron que había cantidades definidas que no se podían expresar como cocientes de números enteros. La primera que se descubrió fue la raíz cuadrada de 2, que se expresa comúnmente mediante $\sqrt{2}$, que es aquel número que multiplicado por sí mismo da 2. Ese número existe, pero no se lo puede expresar como un cociente o razón; por lo tanto, es un número irracional.

La noción del número no se extendió más allá de lo dicho hasta la Edad Moderna. Así, los griegos no aceptaban que hubiera números menores que el cero. ¿Cómo puede haber algo que sea menos que la nada? En consecuencia, para ellos la ecuación x + 5 = 3 no tenía solución. ¿Cómo puede uno sumar un número cualquiera al 5 y obtener por resultado un 3? Aun si le suma 5 al "número más pequeño" (es decir al 0) la suma que se obtiene vale 5, y si usted suma 5 más cualquier otro número (que tendrá que ser mayor que el cero) obtendrá una suma mayor que 5.

El primer matemático que destruyó este tabú y empleó sistemáticamente los números menores que el cero fue el italiano Girolamo Cardano. Después de todo puede haber algo menos que nada. Una deuda es menos que nada.

Si todo lo que usted tiene en el mundo es una deuda de dos dólares, usted tiene dos dólares menos que nada. Si recibe usted cinco dólares, acabará teniendo tres dólares de su propiedad (suponiendo que sea usted un hombre honorable que paga sus deudas). Por consiguiente, en la ecuación x + 5 = 3, x puede tomar el valor - 2, donde el signo menos indica que el número es menor que cero.

Dichos números se denominan "negativos", lo que proviene de la palabra "negar", de modo que el mismo nombre lleva las huellas de la negativa de los griegos de aceptar la existencia de estos números. Los números mayores que el cero son los "positivos" y se los puede escribir +1, +2, +3, etcétera.

Desde un punto de vista práctico la extensión del sistema de numeración para que incluya a los números negativos simplifica las operaciones de toda clase como, por ejemplo, las que se utilizan en la contabilidad.

Desde un punto de vista teórico el uso de los números negativos significa que toda ecuación de primer grado tiene exactamente una solución. Ni más ni menos.

Si pasamos a las ecuaciones de segundo grado encontramos que los griegos estaban de acuerdo con nosotros en que la ecuación $x^2 - 5x + 6 = 0$ tiene dos soluciones: 2 y 3. Sin embargo, para ellos la ecuación $x^2 + 4x - 5 = 0$ tiene solamente una solución: 1. Remplazando la x por 1 resulta que x^2 es 1 ,4x es 4 y la ecuación se trasforma en 1 + 4-5 = 0. Ningún otro número puede ser solución si usted se limita a los números positivos.

Pero si empleamos las reglas de la multiplicación de números negativos encontramos que el número -5 también es solución. Para que los resultados sean consistentes los matemáticos han decidido que la multiplicación de un número negativo por otro positivo da un producto negativo, mientras que la multiplicación de un número negativo por un número negativo da un producto positivo.

Así, si en la ecuación $x^2 + 4x - 5 = 0$, se remplaza x por - 5, entonces x^2 es- 5 por - 5, o sea + 25, mientras que 4x es lo mismo que + 4 por - 5, o sea - 20. De modo que la ecuación se trasforma en 25 - 20 - 5 = O, lo cual es cierto. Entonces podemos decir que esta ecuación tiene dos soluciones, +1 y -5.

A veces una ecuación cuadrática parece tener una sola raíz como, por ejemplo, $x^2 - 6x + 9 = 0$, que es una igualdad verdadera si y solamente si se remplaza la x por el número + 3. Pero el procedimiento que permite resolver la ecuación muestra que en realidad hay dos soluciones, que en este caso son idénticas. En efecto, $x^2 - 6x + 9 = 0$ se puede escribir como $(x - 3) \cdot (x - 3) = 0$ y cada (x - 3) corresponde a una solución. Por lo tanto las dos soluciones de esta ecuación son + 3 y + 3.

Entonces, al permitir la posibilidad de solución doble, ¿podernos decir que se puede demostrar que todas las ecuaciones de segundo grado tienen exactamente dos soluciones con sólo incluir los números negativos en el sistema de numeración?

¡Por cierto que no! Pues ¿qué sucede con la ecuación $x^2 + 1 = 0$? Para empezar, x^2 debe ser -1, porque al remplazar x^2 por -1 la ecuación se convierte en -1 + 1 = 0, que es correcta.

Pero si x^2 vale -1 entonces x debe ser la famosa raíz cuadrada de -1 ($\sqrt{-1}$) que fue la causa de la disputa entre el profesor de sociología y yo. La raíz cuadrada de menos uno es aquel número que multiplicado por sí mismo da -1. Pero en el conjunto de los números positivos y negativos no existe ningún número semejante, y ésa es la razón por la cual el profesor de sociología se mostró tan despectivo. Por una parte +1 por +1 es +1; por otra parte -1 por -1 es +1.

Para que la ecuación $x^2 +1 = 0$ tenga alguna solución, y mucho menos dos soluciones, es necesario superar este obstáculo en el camino. Si no sirve ningún número positivo y tampoco ninguno negativo, es totalmente indispensable definir un tipo completamente nuevo de número; un número imaginario, si usted prefiere; un número cuyo cuadrado sea igual a -1.

Si quisiéramos, podríamos asignarle a esta nueva clase de números un signo especial. El signo más se emplea para los positivos y el signo menos para los negativos; así que podríamos usar un asterisco para el nuevo número y decir que *1 ("asterisco uno") por *1 es igual a - 1.

Pero no se hizo así. En lugar de eso en 1777 el matemático suizo Leonhard Euler introdujo el símbolo í (por "'imaginario"), que después de eso se adoptó de manera general. De modo que podemos escribir $i = \sqrt{-1}$, o bien $i^2 = -1$.

Euler, hijo de un pastor calvinista, nació en Basilea, Suiza, el 15 de abril de 1707. Obtuvo su maestría en la Universidad de Basilea a la edad de dieciséis años.

En 1727 Euler se fue a San Petersburgo, Rusia, pues allí Catalina I (viuda de Pedro el Grande) acababa de fundar la Academia homónima, donde Euler pasó gran parte de su vida. En 1735 perdió la visión del ojo derecho a causa de sus apasionadas observaciones del Sol, cuando intentaba descubrir un sistema de medición del tiempo.

En 1741 Euler se dirigió a Berlín para presidir y renovar la decadente Academia de Ciencias, pero no se llevó bien con el nuevo rey de Prusia Federico II. Regresó a San Petersburgo en 1766 y murió allí el 18 de setiembre de 1783.

Euler fue el matemático más fecundo de todos los tiempos. Escribió sobre todas las ramas de la matemática y siempre tuvo el cuidado de describir sus razonamientos y de enumerar los caminos falsos que había intentado. Perdió la visión de su otro ojo en 1766 pero no por ello pareció detenerse, ni siquiera aminorar su ritmo, pues tenía una memoria excepcional y podía guardar en ella material para llenar varios pizarrones. Publicó ochocientos trabajos, algunos de ellos muy extensos, y a su muerte dejó tras de sí un número de trabajos suficiente como para tener ocupadas las imprentas durante treinta y cinco años.

En 1768 Euler publicó una obra de divulgación científica que tuvo un éxito tremendo, y siguió publicándose durante noventa años. Murió poco tiempo después mientras, inspirado por el vuelo exitoso de los hermanos Montgolfier, resolvía ciertos problemas matemáticos relacionados con el vuelo en aeróstato. Implantó los símbolos: "e" para la base de los logaritmos naturales, "i" para la raíz cuadrada de menos uno y "f( )" para las funciones.

Habiendo definido i de esta manera, podemos expresar la raíz cuadrada de cualquier número negativo. Por ejemplo, la √4 se puede escribir como √4 por √-1 , o sea 2i. En general cualquier raíz cuadrada de un número negativo -√-n, se puede escribir como la raíz cuadrada del número positivo correspondiente por la raíz cuadrada de menos uno, es decir √-n = i√n .

De esta manera podemos describir una sucesión de números imaginarios que será exactamente análoga a la sucesión de los números ordinarios o "reales". En lugar de 1,2,3,4,..., tendremos

i, 2i, 3i, 4i,...; esto incluirá fracciones, pues en lugar de2/3 tendremos 2i/3; en lugar de 15/17 estará el 15i/17, etc. En ese conjunto también estarán los irracionales, pues en lugar de √2 tendremos √2 i, e incluso un número como π (pi) tendrá su correspondiente πi.

Todas éstas son correspondencias de números positivos con números imaginarios. ¿Y qué hay de los negativos? Bueno, ¿por qué no tener también imaginarios negativos? Para la sucesión -1. - 2, - 3,, - 4,... tendremos - i, - 2i, - 3i, - 4i,...

De modo que ahora tenemos cuatro clases de números: 1) números reales positivos, 2) números reales negativos, 3) números imaginarios "positivos", 4) números imaginarios "negativos". (Cuando se multiplica un imaginario negativo por otro imaginario negativo el producto es negativo.)

Empleando esta extensión adicional del sistema de números podemos hallar las dos soluciones necesarias de la ecuación x^2 +1 = 0. Son + i y - i. Por una parte +i por +i es igual a -1, y por otra parte - i por - i es igual a -1, de manera que en ambos casos la ecuación se trasforma en -1 + 1 = 0, que es una igualdad.

En realidad, usted puede emplear la misma extensión del sistema de números para hallar las cuatro soluciones de una ecuación tal como x^4 - 1 = 0. Las soluciones son +1, -1, + i y - i. Para demostrarlo debemos recordar que todo número elevado a la cuarta potencia es igual al cuadrado de ese número multiplicado por sí mismo. Es decir que n^4 es igual a n^2 por n^2.

Ahora remplacemos cada una de las soluciones sugeridas en las ecuaciones, de modo que x^4 toma los valores: $(+ i)^4$, $(-i)^4$, $(+i)^4$ y $(-i)^4$, respectivamente.

Primero: $(+i)^4$ es igual a $(+1)^2$ por $(+i)^2$, y como $(+i)^2$ es igual a +1, tenemos + 1 por + 1, que es + 1.

Segundo: $(-1)^4$ es igual a $(-1)^2$ por $(-1)^2$, y como $(-1)^2$ también es igual a + 1, la expresión nuevamente da + 1 por + 1, o sea + 1.

Tercero: $(+ i)^4$ es igual a $(+ i)^2$ por $(+ i)^2$ y hemos definido $(+ i)^2$ como -1, de modo que la expresión se convierte en -1 por -1, o sea + 1.

Cuarto: $(-i)^4$ es igual a $(-i)^2$ por $(-i)^2$, que también da -1 por -1, o sea +1.

Como vemos, cuando remplazamos las cuatro soluciones propuestas en la ecuación x^4 -1 = 0 obtenemos la expresión + 1-1 = 0, que es correcta.

Eso de hablar de números imaginarios puede parecerle muy bien... a un matemático. En tanto que a una cantidad definida se le puedan aplicar reglas de operación que no contradigan ninguna otra cosa dentro de la matemática, el matemático se sentirá feliz. En realidad no le interesa qué "significa".

Pero al hombre común sí le interesa, y de allí proviene la acusación de misticismo de mi sociólogo contra los matemáticos.

Y sin embargo es lo más fácil del mundo asignar un significado perfectamente real y concreto a los así llamados "números imaginarios". Pensemos en una recta horizontal que se corta con otra vertical y llamemos cero al punto de intersección. Ahora tenemos cuatro semirrectas que irradian desde ese origen (punto cero) formando ángulos rectos entre sí. A cada una de esas semirrectas le podemos hacer corresponder las cuatro clases de números.

Si sobre la línea que va hacia la derecha marcamos intervalos iguales, podemos numerar las marcas como + 1, + 2, + 3, + 4...., y así siguiendo hasta donde deseemos, siempre que prolonguemos dicha línea lo suficiente. De hecho, se puede demostrar que a cada punto de esa semirrecta le corresponde un número real positivo y sólo uno y, viceversa, que para cada número real positivo hay un punto sobre la línea y sólo uno.

A la línea que parte hacia la izquierda podemos marcarla de la misma forma y asignarle los números reales negativos, de modo que toda la recta horizontal puede considerarse como el "eje de los números reales", incluyendo tanto a los positivos como a los negativos.

Análogamente, la línea que va hacia arriba se puede marcar a intervalos iguales, asignándole los números imaginarios positivos, y la que apunta hacia abajo corresponderá a los números imaginarios negativos. Es decir que la recta vertical es el eje de los números imaginarios.

Supongamos ahora que no representamos los distintos números mediante los signos y símbolos habituales, sino empleando las direcciones hacia las que apuntan las distintas semirrectas. Empleando las direcciones que se usan en un mapa convencional la semirrecta de los números reales positivos, que va hacia la derecha, se puede denominar Este. La semirrecta de los números reales negativos, que va hacia la

izquierda, sería el Oeste; el semieje de los imaginarios positivos, que va hacia arriba, sería el Norte; y el semieje de los imaginarios negativos, que va hacia abajo, sería el Sur.

Si ahora aceptamos que +1 por +1 es igual a + 1, y si recordamos los puntos cardinales como los acabo de definir, lo que estamos diciendo es que Este por Este es igual a Este. Incluso, puesto que -1 por -1 también es igual a + 1, Oeste por Oeste es igual a Este. Luego, ya que + i por + i es igual a - 1, lo mismo que - i por -i, resulta que Norte por Norte es igual a Oeste, lo mismo que Sur por Sur.

También podernos hacer otras combinaciones tales como -1 por +i, que es igual a -i (puesto que positivo por negativo da producto negativo, incluso cuando intervienen números imaginarios), de modo que Oeste por Norte es igual a Sur. Si hacemos la lista de todas las combinaciones posibles de puntos cardinales, representando dichos puntos por sus iniciales, podemos establecer el siguiente sistema:

E x E = E	E x S = S	E x O = O	E x N = N
S x E = S	S x S = O	S x O = N	S x N = E
O x E = O	O x S = N	O x O = E	O x N = S
N x E = N	N x S = E	N x O = S	N x N = O

En todo esto hay un patrón ordenado. Cuando multiplicamos cualquier punto cardinal por el Este el primero no se modifica, de modo que el Este como factor representa una rotación de 0°. Por otra parte todo punto cardinal que se multiplica por el Oeste resulta rotado en 180" ("media vuelta"). El Norte y el Sur representan giros en ángulos rectos. La multiplicación por el Sur da por resultado un giro de 90° en el sentido de las agujas de un reloj ("conversión derecha"), mientras que la multiplicación por el Norte da por resultado un giro de 90° en sentido contrario al de las agujas de un reloj ("conversión izquierda").

Pero sucede que una dirección que no varía constituye la disposición más simple, de modo que el Este (los números reales positivos) es más fácil de manejar y más estimulante para el espíritu que cualquiera de los otros puntos cardinales. El Oeste (los números reales negativos), que provoca un cambio de frente pero al menos lo deja a uno alineado, no es tan cómodo, mas tampoco demasiado malo. El Norte y el Sur (los números imaginarios), que provocan un cambio total de dirección, son mucho más incómodos.

Pero si los vemos como puntos cardinales, nos damos cuenta de que ningún conjunto de números es más "imaginario" ni tampoco más "real" que cualquier otro.

Ahora pensemos en lo útil que puede resultar la existencia de dos ejes de números. Mientras trabajemos solamente con números reales podremos movernos a lo largo del eje real, de atrás para adelante, en una dimensión.

Podemos decir lo mismo si empleamos solamente el eje de los números imaginarios.

Si utilizamos los dos podemos definir un punto diciendo que está ubicado a tal distancia hacia la derecha o izquierda sobre el eje de los números reales, y a tal distancia hacia arriba o abajo sobre el eje de los números imaginarios. Al hacer esto ubicaremos al punto en algún lugar de uno de los cuadrantes que forman los dos ejes. Precisamente ésta es la manera de localizar puntos sobre la superficie de la Tierra mediante la latitud y la longitud.

Podemos hablar de un número como +5 + 5i, que representará el punto que está ubicado 5 unidades al Este y 5 unidades al Norte. O podemos tener - 7+6i, o +0,5432 -9,1151, o + $\sqrt{2}$ + $\sqrt{3}$ i.

Estos números que combinan unidades reales e imaginarias se denominan "complejos".

Usando los dos ejes, a cualquier punto de un plano (y no simplemente de una recta) se le puede hacer corresponder un número complejo y solamente uno. Recíprocamente, a todo número complejo concebible se le puede hacer corresponder un punto del plano y sólo uno.

Por cierto que los mismos números reales son solamente casos especiales de los números complejos, como también lo son los números imaginarios. Si uno representa los números complejos en la forma a + bi, entonces los números reales son todos aquellos complejos en que b es igual a cero. Y los números imaginarios son todos los complejos en los que a es igual a cero.

El uso del plano de los números complejos en lugar de las rectas de números reales ha sido de utilidad inestimable para el matemático.

Por ejemplo, el número de soluciones de una ecuación polinomial es igual a su grado solamente si consideramos como soluciones a los números complejos, en lugar de limitarnos a los números reales e imaginarios solamente. Por ejemplo, las dos soluciones de x^2 -1 = 0 son + 1 y -1, que pueden escribirse como + 1 + 0i y - 1+ 0i. Las dos soluciones de x^2 + 1 = 0 son + i y - i, o sea 0 + i y 0 - i. Las cuatro soluciones de x^4 -1 = 0 son los cuatro números complejos que acabamos de enumerar.

En todos estos casos muy sencillos los números complejos contienen ceros y se reducen a números reales o a números imaginarios. Pero no siempre sucede así. En la ecuación x^3 - 1 = 0 una solución, sin duda, es + 1 + 0i (que se puede escribir sencillamente como +1), pero las otras dos soluciones son - 1/2 + 1/2 $\sqrt{3}$ i y - ½ - ½ $\sqrt{3}$i

El amable lector que tenga ganas puede calcular el cubo de cualquiera de estas expresiones (siempre que recuerde cómo se multiplican algebraicamente los polinomios) y así convencerse de que el resultado es +1.

Los números complejos también tienen importancia práctica. En muchas mediciones habituales intervienen "magnitudes escalares", las que sólo difieren en módulo. Un volumen será mayor o menor que otro; un peso será mayor o menor que otro; una densidad será mayor o menor que otra. En el mismo sentido una deuda será mayor o menor que otra. Para todas estas mediciones son suficientes los números reales, ya sean positivos o negativos.

Pero también existen las "magnitudes vectoriales" que poseen módulo (o intensidad) y dirección. Un vector velocidad puede diferir de otra velocidad no sólo por ser más grande o más pequeño, sino por apuntar en otra dirección. Esto también es cierto para las fuerzas, aceleraciones, etcétera.

Para trabajar matemáticamente con estas magnitudes vectoriales son necesarios los números complejos, porque estos números paseen módulo y dirección (razón por la cual hice la analogía entre los cuatro tipos de números y los puntos cardinales).

Ahora bien, cuando mi profesor de sociología me pidió "la raíz cuadrada de menos uno en trozos de tiza", él se refería a un fenómeno escalar para cuya descripción son suficientes los números reales.

Por otra parte, si me hubiera preguntado cómo llegar desde su aula hasta un punto cualquiera de la Universidad es muy probable que se habría enojado si yo le hubiese dicho: "Camine doscientos metros". Me habría preguntado con aspereza: "¿En qué dirección?".

Como podrán ver, se trata de una magnitud vectorial para cuya descripción los números reales son insuficientes. Yo podría complacerlo diciéndole: "Camine doscientos metros hacia el Nordeste", que es equivalente a decir "Camine $100\sqrt{2} + 100\sqrt{2}i$ metros".

No hay duda de que es tan ridículo considerar que la raíz cuatro de menos uno es "imaginario" porque uno no la puede emplear para contar trozos de tiza, como creer que el número 200 es “imaginario" porque no sirve para expresar la posición de un lugar con respecto a otro.

Parte 3 Los números y la medición

9

¡Olvídenlo!

El otro día estaba examinando un nuevo texto de biología (Biological science: An Inquirity into Life integrado por las contribuciones de diversos autores y publicado por Harcourt, Brace & World, Inc., 1963). Lo encontré fascinante.

Pero, lamentablemente leí primero el Prólogo (sí, soy uno de los que hacen eso), lo cual me sumió de repente en la más profunda tristeza. Permítanme que transcriba una cita de los dos primeros párrafos:

"Con cada nueva generación, nuestra reserva de conocimientos científicos aumenta cinco veces... Con el ritmo actual de progreso científico hoy tenemos cerca de cuatro veces más conocimientos biológicos significativos que en 1930, y cerca de dieciséis veces más que en 1900. A este ritmo de crecimiento, para el año 2000 un curso de introducción a la biología deberá 'cubrir' cien veces más biología que a comienzos de este siglo".

Imagínense cómo me puede haber afectado algo así. Yo soy un profesional en esto de mantenerse al día con las ciencias, y en mis momentos de alegría, excitación y entusiasmo incluso llego a pensar que lo hago bastante bien.

Pero entonces leo algo semejante al pasaje recién citado y el mundo se me viene encima. No estoy al día con la ciencia. Y lo que es peor, no puedo mantenerme al día. Y lo que es todavía mucho peor, cada día me voy quedando más atrás.

Y por fin, cuando ya no doy más de lástima hacia mí mismo, dedico unos breves instantes a preocuparme por el mundo en general. ¿Qué va a ser del Homo sapiens? Vamos a destruirnos a nosotros mismos de tan inteligentes. No va a pasar mucho tiempo antes de que esta dañina educación acabe con todos nosotros, con nuestras células cerebrales repletas hasta la indigestión de hechos y de conceptos, y con explosiones de información que nos harán saltar los oídos.

Pero entonces, sin quererlo, al mismo día siguiente de haber leído este Prólogo me encontré con un libro muy, muy viejo titulado Pike's Arithmetic (Aritmética de Pike). Al menos ése era el título en el lomo. En la carátula se extiende un poquito, porque en aquellos días los títulos eran títulos. Su traducción reza: "Un sistema de Aritmética nuevo y completo compuesto para el uso de los ciudadanos de los Estados Unidos, por Nicolás Pike, Artium Magister". Se publicó por primera vez en 1785, pero el ejemplar que yo tengo no es más que la "Segunda Edición, Aumentada", publicada en 1797.

Es un libro voluminoso de más de 500 páginas, repleto de letra chica y sin ningún entretenimiento de ninguna clase, ya sea en forma de ilustraciones o de diagramas. Es un bloque sólido de aritmética, si exceptuamos las breves secciones que al final introducen el álgebra y la geometría.

Yo estaba asombrado. Tengo dos hijos en la escuela primaria (yo mismo fui a la primaria alguna vez[30]), y sé cómo son los libros de aritmética de nuestros días. No son tan largos, ni remotamente. Ni siquiera pueden llegar a tener la quinta parte de las palabras del Pike.

¿No será que nos estamos olvidando de algo?

Fue así como me puse a examinar el Pike y parece que sí, estamos omitiendo algunas cosas. Y no tiene nada de malo. El problema es que no estamos omitiendo suficientes cosas.

En la página 19, por ejemplo, Pike dedica media página a una lista de números escritos con la numeración romana, lista que se extiende hasta números tan altos como el quinientos mil.

Ahora bien, los números arábigos llegaron a Europa en la alta Edad Media, y una vez que subieron a escena los números romanos pasaron completamente de moda (ver capítulo 1). Perdieron toda posibilidad de uso, tal era la infinita superioridad de la nueva notación arábiga, Hasta entonces quién sabe cuántas resmas de papel hicieron falta para explicar los métodos de cálculo empleando números romanos. Desde ese entonces se pudieron realizar las mismas operaciones con la centésima parte de las explicaciones. No se perdió ningún conocimiento... sino sólo las reglas ineficientes.

Y sin embargo quinientos años después de la bien merecida muerte de los números romanos, Pike todavía los incluía y esperaba que sus lectores serían capaces de traducirlos a la numeración arábiga y viceversa, aun cuando no daba ninguna instrucción sobre su manejo. En realidad, cerca de doscientos años después de Pike, todavía se siguen enseñando los números romanos. Mi hijita los está aprendiendo ahora.

Pero, ¿por qué? ¿Cuál es la necesidad? Sin duda usted habrá de encontrarse con números romanos en piedras fundamentales y lápidas sepulcrales, en caras de relojes y en algunos documentos y edificios

[30] Este articulo apareció por primera vez en marzo de 1964 y ha pasado algún tiempo desde entonces. Mi hija menor ya ha ingresado a la Universidad (N. del A.)

públicos, pero de ninguna manera se los usa por necesidad. Se los emplea por razones de prestigio, por ostentación, para dar un toque de antigüedad, por cierta clase de anhelo de falso clasicismo.

Me atrevo a decir que hay algunas personas sentimentales que creen que el conocimiento de los números romanos es una especie de puerta a la historia y a la cultura; que olvidarlos sería como demoler lo que queda en pie del Partenón, pero esa clase de sentimentalismo empalagoso me fastidia. De esa manera también podríamos proponer que a todo el que aprenda a manejar un automóvil se lo obligue a pasar un rato al volante de un Ford T para que sienta el sabor de los coches antiguos.

¿Números romanos? ¡Olvídelos!... Y haga lugar, en cambio, para temas nuevos y valiosos.

Pero, ¿tendremos el coraje necesario para olvidar? ¿Por qué no? Ya hemos olvidado mucho más de lo que usted se imagina. Nuestros problemas no radican en lo que hemos olvidado, sino en que recordarnos demasiado bien; no nos olvidamos lo suficiente.

Gran parte del libro de Pike consiste en temas que hemos olvidado de una manera imperfecta. Esa es la razón de que los libros modernos de aritmética sean más breves que el Pike. Y si pudiéramos olvidamos de una manera más perfecta, los libros modernos de aritmética todavía podrían ser más breves.

Por ejemplo, Pike dedica muchas páginas a tablas... tablas presumiblemente importantes con las que él pensaba que el lector tenía que familiarizarse. Su quinta tabla se titula "medidas para géneros".

¿Sabía usted que 2 1/4 pulgadas representan una "uña"? Pues bien, así es. Y 16 uñas forman una yarda; mientras que 12 uñas hacen un ana.

No, espere un momento. Esas 12 uñas (27 pulgadas) forman un ana flamenca. Hacen falta 20 uñas (45 pulgadas) para formar un ana inglesa, y 24 uñas (54 pulgadas) para hacer un ana francesa. Y luego, 16 uñas más 1 1/5 pulgadas (o sea 37 1/5 pulgadas) forman un ana escocesa.

Pues bien, si usted va a ingresar en el mundo de los negocios y ha de importar y exportar telas, va a tener que aprenderse todas esas anas... a menos que se pueda imaginar alguna forma de sacarse las anas de encima.

La vara de medir es uno de esos utensilios que suponemos que siempre han estado a nuestra disposición. Muy poca gente tiene idea de lo difícil que fue construir la primera, y cuántos conceptos sutiles hubo que aceptar antes de que la yarda llegara a existir.

La manera natural de medir longitudes en épocas primitivas consistía en usar diversas porciones del cuerpo para ese propósito. Todavía hablarnos de "palmos menores" (4 pulgadas o 10 cm) cuando medimos la altura de un caballo y de un "palmo", que es la distancia máxima entre los extremos de los dedos extendidos de una mano (unos 21 cm). Un "codo" (del latín "cubitus") es la distancia entre la punta de los dedos y el codo, y una "yarda" (que proviene de "girth", faja o cinturón) es la distancia desde la nariz hasta la punta de los dedos, o también la medida de la cintura de un hombre

El problema al emplear partes del cuerpo como instrumentos de medición consiste en que las longitudes y medidas de dichas porciones varían de una persona a otra. La distancia de la punta de mis dedos a mi nariz mide aproximadamente una yarda, pero la medida de mi cintura es visiblemente mayor que una yarda.

Por fin a la gente se le ocurrió implantar una "yarda patrón" y no preocuparse más por las medidas de cada uno. Según la tradición, al principio la yarda patrón se hizo coincidir con la distancia entre las puntas de los dedos del rey Enrique I de Inglaterra y su nariz. (Y el pie patrón se supone que está basado en el pie de Carlomagno.)

Naturalmente, el Rey de Inglaterra no puede viajar de pueblo en pueblo midiendo longitudes de tela entre su nariz y la punta de sus dedos. En lugar de ello, se apoya una vara y se hacen marcas que coinciden con dichos puntos. La distancia entre las marcas es una yarda patrón. Empleando este patrón se pueden construir otras varas que se convierten en patrones secundarios y se envían a cada pueblo para controlar las actividades de los comerciantes locales.

Además casi todos los artículos distintos se miden en sus propias unidades. Así, uno habla de un cuñete de manteca, un puñado de ciruelas, un "fother" de plomo, una piedra (14 libras) de carne etc. Cada una de estas cantidades pesa un cierto número de libras (libras avoirdupois, pero también están las libras troy, y las libras de farmacéutico, etc.), y Pike nos da las equivalencias con todo cuidado.

¿Desea usted medir distancias? Bueno, qué le parece esto: 7 92/100 pulgadas hacen 1 eslabón; 25 eslabones forman una pértiga larga; 4 pértigas largas forman 1 cadena; 10 cadenas hacen 1 estadio; y 8 estadios forman 1 milla.

O tal vez prefiera usted medir cervezas... un ramo del comercio muy común en la época colonial. Por supuesto que tiene que conocer el lenguaje. Helo aquí: 2 pintas hacen un cuarto, y 4 cuartos forman un galón. Bueno, de alguna manera todavía sabemos eso.

Pero en la época colonial un simple galón de cerveza blanca o negra no era más que el comienzo. Eso era para criaturas. Uno tenía que saber expresarse empleando medidas adecuadas para hombres.

Pues bien, 8 galones forman un firkin... o mejor dicho, representan "un firkin de cerveza inglesa en Londres". Pero hacen falta 9 galones para hacer "un firkin de cerveza común en Londres". La cantidad intermedia, 8 1/2 galones, aparece registrada como "un firkin de cualquier cerveza", supuestamente destinado a los lugares alejados de Londres, pues los ciudadanos de las provincias debían ser menos puntillosos para distinguir las cervezas.

Pero sigamos: 2 firkins (supongo que serán del tipo intermedio, pero no estoy seguro) representan un medio barril y dos medios barriles hacen un barril. Después, 1 1/2 barriles hacen un bocoy; 2 barriles forman una pipa y 3 barriles hacen una bota[31].

Con lo dicho está todo claro, ¿no?

Pero, por si acaso usted apetece algo más sabroso todavía, probemos las medidas para áridos.

Aquí, 2 pintas forman un cuarto y 2 cuartos equivalen a medio celemín. (No, salamín no, celemín. ¡No me diga que jamás oyó hablar del celemín!) Pero sigamos adelante. Luego 1 celemín equivale a 1 galón, 2 galones forman un peck y 4 pecks hacen 1 búshel. (Intervalo para respirar.) Después 2 búshels equivalen a 1 rasero, 2 raseros forman 1 combo, 2 combos representan un cuarto grande, 4 cuartos grandes hacen 1 chaldrón (aunque en la exigente ciudad de Londres hacen falta 41/2 cuartos grandes para formar 1 chaldrón). Por último, 5 cuartos grandes forman 1 wey y 2 weys hacen 1 horma.

Todo esto no lo estoy inventando. Lo estoy copiando directamente de la página 48 del Pike.

¿Se suponía que la gente que estudiaba aritmética en 1797 habría de memorizar todo esto? Aparentemente sí, porque Pike dedica largo tiempo a la explicación de la suma de cantidades complejas. Así es: suma de cantidades complejas.

Usted verá, la suma que usted llama suma no es más que la "suma de cantidades simples". La suma de complejos es algo mucho más poderoso, y ahora mismo se lo voy a explicar.

Supongamos que usted tiene 15 manzanas, su amigo tiene 17 manzanas y un extraño que pasa tiene 19 manzanas; y que usted decide reuniríás en un montón. Después de hacerlo se pregunta cuántas tiene en total. Como prefiere no contarlas, aprovechando la educación que recibió en la escuela, se prepara para sumar 15 + 17 + 19. Empieza por la columna de las unidades y encuentra que 5 + 7 + 9 = 21. Entonces divide 21 por 10 y encuentra que el cociente es 2 y el resto vale 1, de modo que escribe el resto 1, y se lleva el cociente 2 a la columna de las decenas...

Me parece escuchar los gritos estentóreos del público. ”¿Qué es todo esto?" reclaman con urgencia. "¿De dónde salió esa historia de 'dividir por 10'?"

Ah, mis amables lectores, pero si esto es exactamente lo que ustedes hacen cuando suman. Lo único que sucede es que los santos varones que inventaron nuestro sistema arábigo de numeración lo basaron en el número 10 y de tal manera, cuando se divide cualquier número de dos cifras por 10, la primera cifra del número representa el cociente y la segunda, el resto.

Por esa razón, al tener en nuestras manos el cociente y el resto sin necesidad de dividir, podemos sumar en forma automática. Si la columna de las unidades da 21, ponemos el 1 y nos llevamos 2; si hubiera dado 57, habríamos puesto el 7 y llevado el 5, etcétera.

Debemos recordar que la única razón por la cual esto funciona radica en que al sumar un conjunto de números, cada columna de cifras (comenzando por la de la derecha y continuando hacia la izquierda) representa un valor diez veces mayor que el de la columna precedente. La columna que está en el extremo derecho es la de las unidades, la que le sigue a la izquierda es la de las decenas, la que sigue es la de las centenas, etcétera.

Es justamente esta combinación de un sistema de numeración basado en el diez y un cociente entre los valores relativos de las columnas que también vale diez, lo que hace que la suma sea muy simple. Y por esta razón Pike la denomina "adición simple".

Ahora supongamos que usted tiene 1 docena y 8 manzanas, su amigo tiene 1 docena y 10 manzanas, y el extraño que pasa tiene 1 docena y 9 manzanas. Vuelva a amontonarlas y súmelas como sigue:

1 docena	8 unidades
1 docena	10 unidades
1 docena	9 unidades

Puesto que 8 + 10 + 9 = 27, ¿ponemos un 7 y nos llevamos 2? ¿O no? La relación entre la columna de las docenas y la columna de las unidades ya no es 10 sino 12, puesto que hay 12 unidades en una

[31] En realidad, la mayor parte de las medidas para líquidos y áridos del sistema inglés no tienen nombres equivalentes en castellano. Así, por ejemplo, la "hutt" equivale a 3 barriles, o sea 477 litros, aproximadamente. La bota castellana, en cambio, tenía unos 516 litros, pero esa medida no era idéntica en todas las regiones de España e Hispanoamérica, por lo cual la diferencia (8 %) no tiene importancia, y menos si se la compara con la diferencia que existe entre el galón de Winchester (empleado en los Estados Unidos, de unos 3,785 litros) y el galón imperial (inglés, de unos 4,546 litros) que resulta ser del 20 %. El criterio seguido al traducir consistió en elegir las unidades castellanas antiguas más aproximadas, cuando las hay, y respetar las unidades originales cuando lo primero no es posible. (N. del T.)

docena. Y como el sistema de numeración que estamos empleando se basa en el 10 y no en el 12, ya no podemos permitir que las mismas cifras hagan el cálculo por nosotros. Tenemos que hacer todo el proceso.

Si 8 + 10 + 9 = 27, debemos dividir esa suma por el cociente entre los valores de las columnas, en este caso 12. Vernos que 27 dividido por 12 da un cociente de 2 y un resto de 3, así que escribimos el 3 y nos llevamos 2. Entonces, en la columna de las docenas obtenemos 1 + 1 + 1+2 = 5. Por lo tanto, nuestro total es 5 docenas y 3 manzanas.

Siempre que tengamos una relación entre columnas que sea distinta de 10 deberemos efectuar todas las divisiones al sumar, y esto constituye la "suma de complejos". Uno no tiene más remedio que caer en la suma de complejos si tiene que sumar 5 libras 12 onzas más 6 libras 8 onzas, pues una libra tiene 16 onzas. Tampoco le queda otro remedio si debe sumar 3 yardas 2 pies 6 pulgadas más 1 yarda 2 pies 8 pulgadas, puesto que un pie tiene 12 pulgadas, y 3 pies forman una yarda.

Si tienen ganas, hagan la primera operación; yo haré la segunda. Primero, 6 pulgadas y 8 pulgadas son 14 pulgadas. Al dividir 14 por 12 nos da 1 y el resto vale 2, así que escribimos 2 y nos llevamos 1. Entonces, en la columna de los pies tenemos 2 + 2 + 1 = 5. Dividimos 5 por 3 y nos da 1 con un resto igual a 2, de modo que escribimos el 2 y nos llevamos 1. En la columna de las yardas tenemos 3 + 1 + 1 = 5. En consecuencia la respuesta es 5 yardas 2 pies y 2 pulgadas.

Pero, ¿por qué diablos tienen que variar tanto las relaciones entre las distintas unidades, cuando nuestro sistema de numeración se basa tan firmemente en el número 10? Hay muchas razones (que fueron válidas en otros tiempos) para emplear relaciones tan raras como 2, 3,4, 8,12,16 y 20, pero no cabe duda de que el progreso que ya hemos alcanzado nos permite utilizar la relación 10 de manera exclusiva (o casi exclusiva). De hacerlo nos podríamos olvidar con gran placer de la suma de complejos... y también de la resta, la multiplicación y la división de complejos. (Por supuesto que también existen.)

Por cierto que a veces la naturaleza hace imposible esta generalización del 10. Al medir el tiempo, el día y el año tienen duraciones prefijadas por las condiciones astronómicas y no podemos renunciar a ninguna de las dos unidades de tiempo. Caramba, todavía tendremos que conservar la suma y las otras operaciones con complejos para esos casos especiales.

Pero, ¿quién demonios dice que tenemos que medir las cosas en firkins y celemines y anas flamencas? Estos no son más que medidas hechas por el hombre, y debemos recordar que las medidas fueron hechas para el hombre, y no el hombre para las medidas.

Pero sucede que en el mundo ya existe un sistema de medidas que se basa exclusivamente en el número 10. Se denomina sistema métrico decimal y se lo emplea en todo el mundo civilizado, con excepción de ciertas naciones de habla inglesa tales como los Estados Unidos y la Gran Bretaña.

Por no adoptar el sistema métrico perdemos lamentablemente el tiempo sin ganar nada, absolutamente nada, al aprender nuestro propio sistema de medidas. La pérdida de tiempo (que es verdaderamente costosa) no se ve compensada por nada que yo me pueda imaginar. (Sin duda sería costoso convertir todos los instrumentos y herramientas existentes, pero si lo hubiéramos hecho hace un siglo, el costo no se habría aproximado ni remotamente al actual.)

Por supuesto que están aquellos que se oponen a profanar nuestras queridas y gastadas medidas. Han renunciado a combos y chaldrones, pero imaginan que las pulgadas, los pies, las pintas, los cuartos, los pecks y los búshels tienen algo que los hace más "simples" o "naturales" que los metros y los litros.

Incluso puede haber gente que descubra en el sistema métrico algo peligrosamente extranjero y radical (o "jacobino", para emplear esa arcaica calificación del oprobio)... y sin embargo fueron los Estados Unidos los que llevaron la delantera.

En 1786, trece años antes de la creación del sistema métrico por los perversos revolucionarios franceses, Thomas Jefferson (un conocido jacobino, al menos en la opinión de los federalistas) logró que los nacientes Estados Unidos aprobasen un proyecto suyo. Así fue como la nación estableció un sistema decimal para la moneda.

Lo que habíamos estado usando hasta entonces era el sistema británico, que era algo temible y asombroso a la vez. Tan sólo para señalar lo ridículo que es, permítanme decirles que los británicos —que a través de los siglos, con una paciencia monumental, habían aprendido a soportar absolutamente cualquier cosa, siempre que fuera "tradicional"— están completamente hartos de su sistema monetario y consideran la conversión al sistema decimal. (No se ponen de acuerdo sobre los detalles exactos del cambio.)[32]

Pero veamos cómo era la moneda inglesa. Para empezar, 4 cuartos forman 1 penique; 12 peniques hacen 1 chelín y 20 chelines equivalen a 1 libra. Además hay una verdadera ensalada de términos, que no siempre describen las monedas en circulación, tales como medios peniques, medios chelines, coronas, medias coronas, florines, guineas y Dios sabe cuántos otros inventos destinados a arruinar el desarrollo

[32] Desde que este artículo fue escrito los británicos han llevado a cabo el cambio. Cuando visité Gran Bretaña en 1974 me sentí muy decepcionado por no tener que habérmelas con las monedas de tres peniques y las medias coronas. También están adoptando el sistema métrico, dejando así virtualmente solos en su oposición a los Estados Unidos. (N. del A.)

mental de los escolares británicos y a forrar los bolsillos de los comerciantes británicos cada vez que los turistas que se presentan tienen que vérselas con la moneda.

Aunque no hace falta que lo diga, Pike da cuidadosas instrucciones sobre cómo manejar libras, chelines y peniques... y por cierto que son instrucciones muy especiales. Intente dividir 5 libras, 13 chelines y 7 peniques por 3. ¡Vamos, rápido!

En los Estados Unidos el sistema monetario, tal como fue establecido originalmente, es el siguiente: 10 milésimos forman 1 centavo; 10 centavos hacen 1 décimo; 10 décimos equivalen a 1 dólar; 10 dólares hacen 1 águila. Pero en realidad los norteamericanos de nuestros días hacen sus cálculos con dólares y centavos solamente.

¿Cuál es el resultado? La moneda estadounidense se puede expresar en forma decimal y se puede operar con ella como con cualquier otro número decimal. A un niño americano que haya aprendido los decimales sólo se le debe enseñar a reconocer el símbolo del dólar y con ello es suficiente. En este mismo tiempo, un niño británico apenas ha logrado entender que una guinea equivale a 21 chelines.

Es casi doloroso que los Estados Unidos, que iniciaron resueltamente su marcha en la dirección adecuada, no hayan seguido adelante.

Inmediatamente después de la Guerra de la Independencia, los sentimientos antibritánicos fueron tan intensos que muchos norteamericanos quisieron abolir toda cosa trivial que pudiera recordarles al odiado enemigo. Los "derechos de los ingleses" no eran cosa trivial, y por lo mismo fueron incorporados a la Carta de Derechos ("Bill of Rights"). Pero el sistema monetario, a pesar de ser tan familiar, sí era trivial.

La persona clave en esta cuestión fue un ciudadano de Pennsylvania, el gobernador Morris. Este era un federalista, partidario de un gobierno central fuerte que pudiera imponerse a los estados desunidos y enemistados que formaban lo que inmediatamente después de la Revolución recibió el nombre incorrecto de Estados "Unidos". Morris formaba parte del Congreso Constituyente y fue responsable, más que ningún otro, del texto final de la Constitución y de la redacción de ésta en un estilo claro y sencillo, desprovisto de altisonancias y falsos sentimentalismos.

También fue él quien sugirió que los Estados Unidos adoptaran una nueva moneda basada en un sistema decimal. La unidad básica, el "dólar", recibió un nombre que había recorrido un largo camino. Allá por el año 1500 se acuñaban monedas de una onza utilizando plata proveniente de las minas del valle de Joaquín (que se encuentra en lo que hoy es el noroeste de Checoslovaquia). El nombre de dicho valle en alemán es Joachimsthal, y las monedas se llamaban "Joachimsthalers" o para abreviar "thalers" o sea, en inglés, "dollars".

En tiempos de la colonia existieron monedas españolas que tenían casi el mismo valor de los bien conocidos dólares. Los españoles las llamaban "pesos", los ingleses "dólares" y los norteamericanos adoptaron este nombre y comenzaron a acuñarlas en 1794.

Es una verdadera lástima que cuando treinta años después, en 1799, se creó el sistema métrico, nuestros sentimientos originalmente antibritánicos y profranceses no hubieran subsistido lo suficiente para permitirnos adoptarlo. Si lo hubiéramos hecho estaríamos muy contentos de haber olvidado nuestros disparatados pecks y onzas, tan contentos como lo estamos al habernos olvidado de los peniques y chelines. (Después de todo, ¿le gustaría regresar al sistema monetario británico con preferencia al nuestro?)

A mí me gustaría que una sola forma de moneda sirviera para todo el mundo. En todas partes. ¿Por qué no?

No dejo de darme cuenta de que por esta razón me puedan acusar de querer meter en un molde a toda la humanidad, o de ser un conformista. Por supuesto que no soy un conformista (¡cielos!). No tengo ninguna objeción en contra de las costumbres, de los dialectos ni de los hábitos culinarios locales. Por el contrario, estoy a favor de ellos pues yo mismo constituyo un fenómeno local. Lo que no deseo conservar son los provincialismos que tuvieron sentido en su época, pero que interfieren con el bienestar del hombre en un mundo que sólo tardamos noventa minutos en circundar.

Si usted piensa que el provincialismo es lindo y le da color y encanto a la humanidad, permítame que vuelva a extraer pasajes del Pike.

El "Sistema federal de moneda" (dólares y centavos) había sido implantado once años antes de la segunda edición del Pike, y él nos da el contenido literal de la ley que lo estableció y lo discute en detalle... empleando el sistema decimal y no la suma de complejos. Naturalmente como todavía se empleaban otros sistemas aparte del federal, se hacía necesario formular y explicar las reglas de conversión (o "reducción") de un sistema al otro. He aquí la lista. No los voy a cansar con el texto de las reglas, sino que simplemente les daré la lista de las reducciones que eran necesarias, exactamente como él las enumera:

I. Para reducir la moneda de New Hampshire, Massachusetts, Rhode Island, Connecticut y Virginia:
   1. A moneda federal.
   2. A moneda de New York y North Carolina.

3. A moneda de Pennsylvania, New Jersey, Delaware y Maryland.
4. A moneda de South Carolina y Georgia.
5. A moneda inglesa.
6. A moneda irlandesa.
7. A moneda de Canadá y Nova Scotia.
8. A libras francesas (livres tournois).
9. A piezas metálicas de ocho (pesos españoles).

II. Para reducir la moneda federal a la de Nueva Inglaterra y Virginia.

III. Para reducir la moneda de New Jersey, Pennsylvania, Delaware y Maryland:

1. A moneda de New Hampshire, Massachusetts, Rhode Island, Connecticut y Virginia.
2. A moneda de New York y...

Bueno, basta de todo esto. Usted ya se va dando cuenta.

¿Es posible que exista alguien que pueda sentirse apenado porque haya desaparecido este precioso sabor local? ¿Se siente usted triste cada vez que viaja de un estado a otro al no tener que ponerse a resolver incómodos problemas matemáticos cada vez que quiere hacer una compra? ¿O cada vez que alguien de otro estado invade el suyo e intenta regatear con usted? ¡Qué verdadero placer el haber olvidado todo eso!

Entonces, dígame: ¿qué tiene de maravilloso poseer cincuenta juegos de leyes sobre el matrimonio y el divorcio?

En 1752 Gran Bretaña y sus colonias (unos dos siglos después que la Europa católica) abandonaron el calendario juliano y adoptaron el calendario gregoriano, que es más correcto desde el punto de vista astronómico (ver capítulo 11). Cerca de medio siglo después Pike todavía seguía dando reglas para resolver complejos problemas relacionados con el calendario, tanto para el juliano como para el gregoriano. ¿No es lindo haber olvidado el calendario juliano?

¿No sería lindo si pudiéramos olvidarnos de la mayoría de las complicaciones del almanaque adoptando un calendario racional que vincule estrechamente al día del mes con el día de la semana? De esa manera tendríamos un solo calendario trimestral que se repetiría una y otra vez cada tres meses, funcionando como calendario perpetuo. Se ha propuesto un calendario universal que reúne todas esas condiciones.

Si se lo adoptara nos permitiría olvidar muchas cosas inútiles.

Me gustaría ver que el idioma inglés sea adoptado universalmente. No necesariamente como idioma único, ni siquiera como idioma principal. Creo que sería muy lindo si todos —sea cual fuera el idioma propio — también supieran hablar inglés de manera fluida. Ello contribuiría a las comunicaciones humanas y tal vez con el tiempo todos se decidirían a hablar inglés.

Con lo cual quedaría mucho espacio disponible para otras cosas.

¿Y por qué el inglés? Bueno, por una parte hay sobre la Tierra más gente que habla inglés, ya sea como primero o segundo idioma, que cualquier otro idioma, de modo que tenemos un buen comienzo. Por otra parte, en inglés se publicaron muchísimos más resultados científicos que los que se publican en cualquier otro idioma, y esta comunicación decisiva en el ámbito de las ciencias se va a ir haciendo cada vez más importante en el futuro.

Es indudable que deberíamos hacer todo lo posible para que la gente hable inglés con facilidad, lo que significa que deberíamos racionalizar su pronunciación y su gramática.

Tal como se lo habla hoy el inglés es casi lo mismo que un conjunto de ideogramas chinos. Nadie puede estar seguro de corno se pronuncia una palabra si sólo mira las letras que la forman. ¿Cómo se pronuncian: rough, through, though, cough, hiccough y lough[33]? ¿Y por qué es tan terriblemente necesario escribir todos estos sonidos empleando una combinación de letras tan delirante como "ough"?

Tal vez resulte gracioso escribir estas mismas palabras así: ruff, throo, thoh, cawf, hiccup y lokh; pero esta última forma de hiccup ("hipo") ya la venimos usando y no nos parece graciosa. También escribimos indistintamente colour o color, centre o center, shew y show, y grey o gray. A los británicos les parece divertido, pero nosotros los americanos estamos acostumbrados a esto. También podemos acostumbrarnos a todo lo demás y ahorrarnos mucho tiempo y desgaste cerebral. Todos seríamos más inteligentes, si la inteligencia se mide por las aptitudes ortográficas, y no habremos perdido absolutamente nada.

¿Y la gramática? ¿A quién le hacen falta esas discusiones eternas e inútiles acerca de minucias como "shall" y " will", o "which" y "that"? La inutilidad de todo eso queda demostrada porque, de todos modos, prácticamente nadie emplea estas palabras correctamente. Además de perder tiempo valioso entorpeciendo el raciocinio de los niños e inculcándoles una violenta aversión contra el idioma inglés, ¿qué ganamos con ello?

Si hay alguien que piensa que semejante eliminación de sutiles diferencias va a arruinar el idioma, me gustaría señalar que el inglés antes de que los gramáticos se apoderasen de él, se las había arreglado para

[33] Las respectivas pronunciaciones aproximadas son raf, zru, zou. cof. jícap y lak . (N. del T.)

perder sus géneros y declinaciones en casi todos los casos, con excepción de los pronombres. El hecho de que solamente tengamos un artículo determinante (the) para todos los géneros y números y casos en lugar de tres, como el francés (le, la, les) o seis, como el alemán (der, die, das, dem, den, des) de ninguna manera desdibuja al idioma inglés, que sigue siendo un instrumento admirablemente flexible. Nos aferramos a nuestras tonterías solamente porque nos hemos acostumbrado a ellas y no porque, en realidad, dejen de ser tonterías.

Debemos hacer lugar para el verdadero conocimiento siempre en desarrollo, o al menos tenemos que prepararle todo el espacio que podamos. No puede caber duda de que tan importante es olvidar lo viejo y lo inútil como aprender lo nuevo y lo importante.

Olvídenlo, digo, olviden siempre cada vez más. ¡Olvídenlo!

Pero ¿para qué excitarme tanto? Al fin y al cabo nadie escucha ni una sola palabra de lo que digo.

10
Todo está prefijado

Como todos, también yo busco el amparo y el apoyo de muchos mitos estimulantes. Uno de estos artículos de fe por el cual siento especial predilección consiste en afirmar que no se puede oponer ningún argumento en contra del sistema métrico decimal, y que las unidades que se usan comúnmente en los Estados Unidos constituyen un conjunto indefendible de tonterías que conservamos solamente por una especie de obstinación insensata.

Imagínense entonces la preocupación que me asaltó cuando hace poco me topé con una carta de un caballero inglés que denunciaba amargamente al sistema métrico como artificial, estéril y desconectado de las necesidades humanas. Por ejemplo, decía (y no lo cito textualmente) que si uno desea tomar una cerveza, la medida adecuada es la pinta. Un litro de cerveza es demasiado y medio litro es demasiado poco, pero una pinta, eso sí es lo justo[34].

Por lo que yo puedo decirles, el provincialismo de este caballero era sincero, hasta el punto de llegar a creer que aquello a lo que uno está acostumbrado tiene la fuerza de una ley natural. Me recuerda a aquella inglesa devota que se oponía firmemente a la enseñanza de todo idioma extranjero levantando su Biblia y diciendo: "Si el idioma inglés les sirvió al profeta Isaías y a San Pablo Apóstol también me ha de servir a mí".

Pero más que nada me recuerda que quiero escribir un ensayo acerca del sistema métrico decimal.

Para lograrlo, deseo comenzar diciéndoles que el valor del sistema no reside en el tamaño efectivo de las unidades básicas. Su valor consiste en que se trata de un sistema lógico. Las unidades están relacionadas entre sí de una manera razonable.

Todos los otros sistemas de medidas que yo conozco emplean un nombre distinto para cada unidad que representa una cantidad determinada. Para las distancias, los estadounidenses empleamos millas, pies, pulgadas, varas, estadios, cuadras, etc. Para los volúmenes, tenemos pecks, búshels, pintas, dracmas. Para los pesos tenemos onzas, libras, toneladas, granos. Nos pasa como a los esquimales, que se supone que tienen no sé cuántas docenas de palabras para decir nieve, pues emplean una palabra distinta cuando la nieve cae o cuando está quieta, cuando es blanda o cuando es dura, seca o húmeda, vieja o nueva, etcétera.

No dejamos de apreciar la ventaja de usar combinaciones de sustantivos y adjetivos. De esa manera empleamos el nombre como designación general para todas las clases de nieve y el adjetivo para describir cada variedad específica: nieve húmeda, nieve seca, nieve dura, nieve blanda, etc. ¿Cuál es la ventaja? Primero, que ahora apreciamos una generalización que antes no percibíamos. Segundo, que podemos usar los mismos adjetivos para otros sustantivos, y así tenemos roca dura, pan duro, corazón duro y, en consecuencia, disponemos de una nueva generalización: la dureza.

Que yo sepa, el sistema métrico decimal es el único sistema de medidas que ha alcanzado esta etapa de desarrollo.

Comencemos con una medida arbitraria de longitud, el metro (del latín metrum o del griego metron, que significan "medir"). Tomando esa palabra como la denominación genérica de longitud todas las unidades de longitud serán metros. Para diferenciar una unidad de longitud de otra usemos un adjetivo. En mi opinión ésa es la forma de arreglar las cosas.

A decir verdad, los adjetivos que se emplean en el sistema métrico (supongo que para que no se lleguen a perder por accidente) están sólidamente unidos a la palabra genérica de manera que se convierten en prefijos. (Por cierto, amable lector, que al hacer esto con el sistema de medidas han dejado "todo prefijado".)

Los prefijos fueron tomados del griego y del latín de acuerdo con la siguiente tabla:

Castellano	Griego	Latín
mil	chilioi	mille
cien	hecatón	centum
diez	deka	decem

Ahora bien, si reservamos los prefijos griegos para las unidades grandes y los latinos para las pequeñas, tenemos:

[34] Antes de que me escriban para decirme que medio litro es más que una pinta, permítanme explicarles que si bien es cierto que es más que una pinta americana (0,473 litro), es menos que una pinta inglesa (0,569 litro). (N. del A.)

1 kilómetro[35]	equivale a	1000	metros
1 hectómetro	equivale a	100	metros
1 decámetro	equivale a	10	metros
1 metro	equivale a	1	metro
1 decímetro	equivale a	0,1	metro
1 centímetro	equivale a	0,01	metro
1 milímetro	equivale a	0,001	metro

No interesa cómo es de largo un metro, todas las demás unidades de longitud ya están definidas. Basta con que usted conozca la longitud del metro, ya sea en yardas o en longitudes de onda de la luz o mediante dos marcas en una vara, para que automáticamente sepa cuáles son las longitudes de todas las otras unidades. Además, al hacer que todos los submúltiplos varíen según potencias de diez, se hace muy fácil convertir una unidad en otra (debido a que nuestro sistema de numeración es decimal). Por ejemplo, yo puedo decirles de inmediato que en un kilómetro hay exactamente un millón de milímetros. A ver si usted me dice ya mismo cuántas pulgadas hay en una milla.

Y además, una vez que usted ha memorizado los prefijos, le servirán para cualquier tipo de medición. Si le dicen que un "poise" es una unidad de viscosidad, no importa cuan grande es dicha unidad ni de qué manera está relacionada con otros tipos de unidades y ni siquiera interesa saber con exactitud qué es la viscosidad. A pesar de no saber absolutamente nada de un tema uno sabe que un centipoise equivale a un centesimo de un poise, que una hectárea es igual a cien áreas, que un decibel es un décimo de bel; e incluso que un "kilodólar" equivale a mil dólares[36].

En mi opinión hubo un único aspecto en el que se quedaron atrás los científicos franceses que implantaron el sistema métrico decimal en 1795. En su sistema de prefijos no sobrepasaron la marca del millar.

Tal vez creyeron que después de haber elegido una unidad básica conveniente para una cierta magnitud medible, un múltiplo que fuese mil veces mayor sería el más grande de los múltiplos útiles, mientras que un submúltiplo mil veces menor habría de ser el más pequeño utilizable. O quizás fueron influidos por el hecho de que no existe ninguna palabra en latín que sirva para designar números mayores que mil. (Las palabras como millón y billón se inventaron a fines de la Edad Media y a comienzos de la Moderna.)

Por cierto que los últimos griegos emplearon la palabra myrias para decir diez mil, y así es posible decir "miriámetro" para indicar diez mil metros, pero esta palabra se emplea muy rara vez. En su lugar la gente dice "diez kilómetros".

Como consecuencia, en su forma originaria el sistema métrico sólo nos muestra prefijos que cubren nada más que seis órdenes de magnitud. La unidad más grande, "kilo", es un millón (10^6) de veces más grande que la unidad más pequeña, "mili", y el exponente 6 es el que indica los órdenes de magnitud.

Pero los científicos no podían permanecer impasibles ante esto. Seis órdenes de magnitud pueden ser suficientes para la vida diaria pero, a medida que el progreso de los instrumentos iba llevando la ciencia hacia lo muy grande y lo muy pequeño en casi todos los campos de la medición, no iba quedando más remedio que extender el rango del sistema.

Así fue como se comenzaron a usar prefijos extraoficiales para las unidades que estaban por encima del kilo y por debajo del mili y por supuesto que con ello se corría el riesgo de crear disidencias (algo muy malo para el lenguaje científico). Por ejemplo, lo que nosotros los norteamericanos llamamos "Bev" (un "billon de electrón-voltios, o sea mil millones de eV), los británicos lo denominan "Gev" (gigaelectrón-voltio).

En el año 1958 el Comité Internacional de Pesas y Medidas de acordó establecer un conjunto más amplio de prefijos, separados por intervalos de tres órdenes de magnitud. Aquí los tienen, junto con un par de los prefijos más antiguos, que hemos incluido por razones de continuidad:

Tamaño	Tamaño Prefijo	Raíz griega
billón (10^{12})	tera-	teras ("monstruo")
mil millones (10^9)	giga-	gigas ("gigante")

[35] El sonido griego ch corresponde al sonido gutural de la ch alemana. Como los franceses, que inventaron el sistema métrico decimal, no tenían ningún sonido semejante en su idioma emplearon la k como sustituto más aproximado. Por esa razón chilioi se ha convertida en kilo. Como nosotros tampoco tenemos la ch gutural, también nos viene bien. (N. del A.)

[36] Si alguien me quiere escribir para decirme que un militar es un milésimo de tar y que un centitar equivale a diez militares, pueden hacerlo... pero no les voy a hacer caso. (N. del A.)

millón (10^{6})	mega-	megas ("grande")
mil (10^{3})	kilo	chilioi ("mil")
uno (10^{0})		
milésimo (10^{-3})	mili-	mille (latín: "mil")
millonésimo (10^{-6})	micro-	mikros ("pequeño")
milmillonésimo (10^{9})	nano-	nanos ("enano")
billonésimo(10^{-12})	pico-	

El prefijo pico- no tiene raíz griega.

Pues bien, entonces sabemos que un "picómetro" es un billonésimo de metro, un "nanogramo" es un milmillonésimo de gramo, un "gigasegundo" representa mil millones de segundos y una "teradina" equivale a un billón de dinas. Como la unidad más grande, el tera, es 10^{24} veces mayor que la unidad más pequeña, el pico, ahora el sistema métrico se extiende no sólo a 6 sino nada menos que a 24 órdenes de magnitud.

En 1962 se agregaron los prefijos femto- que representa un milbillonésimo (10^{-15}) y atto- que equivale a un trillonésimo (10^{-18}). Ninguno de estos prefijos tiene raíz griega[37]. Con ello se ha extendido el sistema métrico hasta cubrir 30 órdenes de magnitud.

¿No será demasiado? ¿No nos habremos excedido quizás? Veamos un poco.

La unidad métrica de longitud es el metro. No voy a entrar en los detalles de cómo se estableció su longitud precisa, pero dicha longitud equivale a 1,093611 yarda o 39,37 pulgadas.

Naturalmente un kilómetro equivale a mil metros, o sea 1093,6 yardas, que viene a ser lo mismo que 0,62137 milla. No vamos a estar muy lejos de la verdad si decimos que un kilómetro es igual a 5/8 de milla. A veces se dice que una milla equivale a "veinte cuadras cortas", es decir la distancia entre las calles 59 y 79 de Manhattan, por ejemplo. Así que un kilómetro representará 12 1/2 cuadras cortas, o sea la distancia que separa a un punto a mitad de camino entre las calles 66 y 67 y la calle 79.

Para llegar al megámetro tenemos que subir tres órdenes de magnitud, pues su valor es de 621,37 millas. Esta es una unidad conveniente para mediciones planetarias. La distancia por aire entre las ciudades de Boston (Massachusetts) y San Francisco (California) es casi exactamente de 4 1/3 megámetros. El diámetro de la Tierra mide 12 3/4 megámetros y la circunferencia de la Tierra mide cerca de 40 megámetros. Y finalmente la distancia de la Tierra a la Luna es de 380 megámetros.

Si pasamos al gigámetro, que tiene 621.370 millas de largo, vemos que es cómodo para describir las regiones más cercanas del sistema solar. En su punto más próximo Venus está a 42 gigámetros de distancia y Marte se nos puede aproximar hasta una distancia mínima de 58 gigámetros. El Sol está a 145 gigámetros de la Tierra y Júpiter a 640 gigámetros de distancia, en su punto más próximo; en su posición más lejana nos separan 930 gigámetros.

Finalmente, al extendernos hasta el límite de la reciente extensión del sistema métrico decimal tenemos el terámetro, que es igual a 621.370.000 millas. Esta unidad nos permite abarcar todo el sistema solar. El ancho máximo de la órbita de Plutón, por ejemplo, no llega a los 12 terámetros.

Pero el sistema solar no es más que una mancha minúscula dentro de la Galaxia. Para medir la distancia a las estrellas las dos unidades más comunes son el año-luz y el parsec, y las dos se encuentran fuera del sistema métrico decimal. Además, ni siquiera se las puede alcanzar con la nueva extensión del sistema. El año-luz es la distancia que recorre la luz durante un año. Aclaremos que ésta equivale aproximadamente a 9.450 terámetros, o sea 5.880.000.000.000 de millas. El parsec es la distancia a la que debería encontrarse una estrella para que su paralaje visto desde la Tierra fuera de un segundo de arco[38], y dicha distancia equivale a 3,26 años-luz, o sea cerca de 30.000 terámetros.

Pero aun estas unidades no métricas son pequeñas. Si uno dibujara una esfera con centro en el sistema solar y con un radio igual a un parsec, dentro de esa esfera no se podría encontrar ni una sola estrella conocida (aparte del Sol). Las estrellas más cercanas, las del sistema de Alfa del Centauro, están a una distancia de cerca de 1,3 parsec. De cerca de cien mil millones de estrellas que tiene nuestra Galaxia, solamente treinta y tres están ubicadas a una distancia de menos de cuatro parsecs de nuestro Sol, y de ellas sólo siete son visibles a simple vista.

Más allá de esa distancia hay muchas estrellas... mucho más allá. Nuestra Galaxia en su conjunto tiene un diámetro máximo de 30.000 parsecs. Por supuesto que podríamos emplear los prefijos métricos para decir que el diámetro de la Galaxia es de 30 kiloparsecs.

---

[37] Cuando este artículo apareció por primera vez en noviembre de 1962 no di las raíces que no tenían origen griego, pero ahora lo voy a hacer. Pico proviene de la palabra castellana que significa "pequeño" (Academia: parte pequeña en que una cantidad excede a un número redondo). Femto y atto provienen de las palabras danesas femto ("quince") y atto ("dieciocho"). (N. del A.)

[38] Parsec, del inglés: parallax-second ("paralaje-segundo"). (N. del T.)

Pero a su vez la Galaxia no es más que un puntito dentro de todo el Universo. Las estructuras extragalácticas más cercanas son las Nubes de Magallanes, que se encuentran a 50 kiloparsecs de distancia, mientras que la galaxia de tamaño normal más próxima a la nuestra es Andrómeda, que está a 700 kiloparsecs de distancia. Y hay cientos de miles de millones de galaxias todavía más allá, a distancias de muchos megaparsecs.

La galaxia de Andrómeda posee una cualidad poco común. Es el objeto más lejano que se puede ver a simple vista... así que si alguien le pregunta a qué distancia puede ver (con anteojos, si es usted corto de vista) contéstele que a 2.300.000 años-luz.

Andrómeda se muestra borrosa, como un objeto cubierto de pelusa o plumón, de magnitud cercana a la cuarta. Es probable que un observador circunstancial del cielo no la distinga, pero ya figuraba en los mapas estelares de algunos de los astrónomos árabes de la Edad Media. El primero de nuestros astrónomos occidentales que la describió fue el observador alemán Simón Marius, en el año 1612.

En el siglo siguiente un observador francés, Charles Messier, tenía interés en registrar todos los objetos del cielo que siempre muestran la misma apariencia borrosa, para que no se los confundiera con los cometas (Messier estaba interesado en los cometas). Andrómeda ocupó el trigésimo primer lugar de la lista y por ello todavía se emplea a menudo su nombre alternativo de M31.

En los telescopios simples del siglo XVIII Andrómeda aparecía como una nube giratoria de gas, y el astrónomo francés Fierre Simón de Laplace creyó que era precisamente eso. En un apéndice de un conocido libro de astronomía que escribió a comienzos del siglo XIX, hizo una sugerencia en tal sentido. Las estrellas como nuestro Sol y los planetas que las acompañan se originaron a partir de la condensación de una nube giratoria de gas como la de Andrómeda. Así fue como Andrómeda recibió el nombre de Nebulosa de Andrómeda (del latín nébula, que significa "nube"), y la propuesta de Laplace se denomina "hipótesis nebular".

En años más recientes se ha llegado a aceptar una forma sumamente más complicada de la hipótesis nebular para explicar el origen del sistema solar, pero Andrómeda no es en absoluto una nube de gas. Es un conjunto de estrellas tanto o más grande que nuestra propia galaxia, la Vía Láctea, y existen miles de millones de otras galaxias que se encuentran a mayor distancia.

Las galaxias más lejanas que se han descubierto se encuentran a distancias estimadas en cerca de dos mil millones de parsecs, lo que significa que todo el universo visible, al día de hoy, tiene un diámetro de cerca de 4 gigaparsecs[39].

Estudiemos ahora las unidades de longitud en el otro extremo de la escala: el de los objetos muy pequeños.

El micrómetro (a menudo llamado "micrón") es una buena unidad de longitud para medir objetos que se pueden ver con el microscopio óptico ordinario. Las células del cuerpo, por ejemplo, tienen cerca de 4 micrómetros de diámetro en promedio.

Descendiendo hasta el nanómetro (que se suele denominar "milimicrón") lo podemos usar cómodamente para medir las longitudes de onda de la luz visible. La longitud de onda de la luz roja más larga mide 760 nanómetros, mientras que la longitud de la luz violeta más corta mide 380 nanómetros. La luz ultravioleta tiene un rango de longitudes de onda que va desde los 380 nanómetros hasta 1 nanómetro[40].

Continuando con unidades métricas todavía más chicas tenemos el picómetro, o sea el billonésimo de metro. Los átomos aislados tienen diámetros de 100 a 600 picómetros. Y los rayos gamma tienen longitudes de onda de cerca de 1 picómetro.

Los diámetros de las partículas subatómicas y las longitudes la de los rayos gamma duros están todavía muy por debajo del nivel del picómetro, y llegan aproximadamente hasta el femtometro.

La gama completa de longitudes que nos presenta la ciencia va desde el diámetro del universo conocido en un extremo hasta el diámetro de una partícula subatómica en el otro, cubriendo en total 41 órdenes de magnitud. En otras palabras, se necesitaría alinear 10^{41} protones uno junto al otro para llegar de una punta a la otra del universo conocido.

¿Qué podemos decir de las unidades de peso?

---

[39] Desde que se escribió este artículo se han detectado quasares ubicados a distancia de 4 gigaparsecs, de modo que el universo visible tiene un diámetro de 8 gigaparsecs. (N.del A.)

[40] En realidad, es más común medir las longitudes de onda en Ángstrom (Á), unidad que equivale a 0,1 nanómetro. De manera que el rango de la luz visible se extiende entre los 3.800 A y los 7.600 A. (N. del T.)

La unidad fundamental de peso en el sistema métrico es el gramo, palabra derivada del griego gramma que significa letra del alfabeto[41]. Es una unidad pequeña de peso equivalente a 1/28,35 onzas. Un kilogramo, o sea mil gramos, equivale a 2,205 libras y un megagramo es por lo tanto igual a 2205 libras.

El megagramo es casi igual a la llamada tonelada larga (2240 libras) del sistema inglés de unidades, y por ello se lo denomina "tonelada métrica" o bien simplemente "tonelada". Yo prefiero emplear el nombre completo de tonelada métrica.

Un gigagramo equivale a 1000 toneladas métricas y un teragramo es igual a 1.000.000 de toneladas métricas, cantidad más que suficiente para las aplicaciones comerciales. Pero, aunque grandes, estas unidades ni siquiera llegan a arañar la superficie cuando nos referimos a objetos astronómicos. Un cuerpo relativamente tan pequeño como la Luna tiene una masa igual a 73 billones de teragramos. La Tierra es 81 veces más pesada y su masa equivale a 6000 billones de teragramos. Y el Sol, que no es más que una estrella mediana, tiene una masa que es 330.000 veces más grande que la de la Tierra.

Por supuesto que podríamos utilizar al Sol mismo como unidad de peso. Por ejemplo, nuestra Galaxia tiene una masa total que equivale a 150.000.000.000 de veces la masa del Sol, lo que nos permite decir que la masa de la Galaxia equivale a 150 gigasoles. Como además se estima que en el universo conocido hay por lo menos 100.000.000.000 de galaxias, y suponiendo que la nuestra tiene una masa igual al promedio de las demás, ello significaría que la masa total mínima del universo es igual a 15.000.000.000 de terasoles, o sea 100 gigagalaxias.

Pasemos ahora a considerar el otro extremo de la escala. Un miligramo, o sea la milésima parte del gramo, representa una cantidad de materia fácilmente perceptible a simple vista. Una gota de agua pesa cerca de 50 miligramos.

Si descendemos hasta el microgramo, o sea la millonésima parte del gramo, nos encontramos en el rango microscópico. Una ameba pesa cerca de cinco microgramos.

La ameba es un animal unicelular, generalmente considerado como el más primitivo de su tipo. A diferencia de otros animales unicelulares ("protozoarios"), no posee una forma propia definida, pero puede deformarse en cualquier punto y crear un "seudópodo" (de las palabras griegas que significan "pie falso"). Se mueve mediante estos seudópodos en lo que se considera la forma más primitiva de locomoción animal.

El no poseer una forma fija sino variable es lo que ha originado su nombre, que proviene de la palabra griega que significa "cambio". La especie particular de ameba a la que nos referimos generalmente cuando empleamos el nombre sin ningún aditamento, es la "Amoeba proteus", que suele encontrarse entre la materia orgánica en descomposición de los charcos y cursos de agua. La palabra "proteus" es el nombre de un semidiós griego que podía cambiar de forma a su antojo.

Hay muchas otras especies de amebas, algunas de las cuales son parásitas, y seis de ellas pueden instalarse en el hombre. Una de éstas, la Entamoeba histolitica ("ameba de adentro, que disuelve los tejidos"), provoca la disenteria amebiana.

Si bien en el texto se menciona a la ameba como prototipo de organismo pequeño, también se señala que no es una célula pequeña. Dentro de su única célula la ameba tiene que encerrar todos los aparatos que se requieren para las funciones esenciales de la vida. Una célula humana mucho más especializada puede ser mucho más pequeña. Así, una ameba tiene un volumen 2.400 veces mayor que el de una célula típica del cuerpo y cerca de 25.000 veces mayor que el volumen de la más pequeña de las células humanas, el espermatozoide.

Las células más pequeñas que viven libremente son las bacterias, y el volumen de la ameba es 210.000.000 de veces más grande que el de las bacterias más pequeñas.

Los objetos más pequeños que se pueden considerar como vivientes (aunque solamente funcionan dentro de las células de las cuales viven) son los virus. La ameba tiene un volumen que es 2.400.000.000.000 de veces mayor que el del virus más pequeño. La relación de volumen que hay entre la ameba y ese virus es la misma que hay entre uno de nosotros y una ameba.

Las células de nuestro cuerpo son bastante más pequeñas, y para describirlas tenemos que descender hasta el nanogramo, o sea la milmillonésima parte del gramo. Una célula mediana del higado pesa dos nanogramos, aproximadamente.

Más abajo de las células se encuentran los virus, pero aun bajando hasta el picograma, que es un billonésimo de gramo, no llegamos a esa región. Por ejemplo, el virus que produce el mosaico del tabaco pesa solamente 66 attogramos.

Y tampoco está muy cerca del fondo de la escala. Hay moléculas que son mucho más pequeñas que el más pequeño de los virus, y también están los átomos que constituyen las moléculas y las partículas que forman el átomo. Fíjense en la tabla siguiente:

[41] Los griegos marcaban los objetos de poco peso mediante letras del alfabeto que indicaban el peso respectivo, pues también usaban letras para representar los números (N del A.)

Objeto	Objeto Peso en attogramos
molécula de hemoglobina	0,1
Átomo de uranio	0,0004
Protón	0,00000166
electrón	0,0000000009

Teniendo en cuenta todos los objetos, la gama de pesos que va desde el electrón hasta el valor mínimo de la masa total del universo conocido cubre 83 órdenes de magnitud. En otras palabras, harían falta 10^{83} electrones para formar un conjunto que iguale en peso a todo el universo conocido.

En varios aspectos el tiempo (la tercera clase de medidas que habré de considerar) es el que tiene las unidades más familiares, porque se trata de la única magnitud para la cual el sistema métrico no introdujo ninguna modificación. Todavía trabajamos con segundos, minutos, horas, días, años, etcétera.

Esto quiere decir también que las unidades de tiempo son las únicas usadas por los científicos que carecen de un sistema coherente de prefijos. Como consecuencia uno no puede decir sin hacer cuentas cuántos segundos tiene una semana o cuántos minutos hay en un año o cuántos días hay en quince años. Tampoco los científicos pueden hacerlo.

La unidad fundamental de tiempo es el segundo y, si lo deseamos, podemos elaborar los prefijos métricos como sigue:

1 segundo	es igual a	1	segundo
1 kilosegundo	es igual a	16 2/3	minutos
1 megasegundo	es igual a	11 2/3	días
1 gigasegundo	es igual a	32	años
1 terasegundo	es igual a	32.000	años

Me tranquiliza pensar que sólo he vivido poco más de 1 1/4 gigasegundos[42]; que la civilización ha existido no más de unos 250 gigasegundos; y que todos los antropoides en su conjunto no deben de haber existido desde hace más de 18 terasegundos. Con todo, esto significa muy poco si se lo compara con los tiempos geológicos y mucho menos todavía cuando se piensa en los tiempos astronómicos.

El sistema solar existe como tal desde hace cerca de 150.000 terasegundos y puede muy bien seguir existiendo sin mayores cambios por otros 500.000 terasegundos, Cuanto más pequeña es una estrella, con más cuidado administra sus recursos de combustible y por esta razón una enana roja puede subsistir sin cambios excesivos hasta 3.000.000 de terasegundos. En cuanto a la edad total del Universo, su pasado y su futuro, no he de decir nada. No hay ninguna forma de estimarla y los muchachos que creen en la teoría de la creación continua piensan que tiene vida eterna[43].

No obstante, he de hacer una sugerencia con respecto al tiempo astronómico (sugerencia que no creo que sea especialmente original). Según estimaciones razonables el Sol se mueve alrededor del centro de nuestra Galaxia describiendo una revolución completa cada 200.000.000 de años. A esta cantidad la podríamos denominar "año galáctico" o, mejor todavía, "galaño" (es una palabra fea, pero no importa). Un galaño equivale a 6250 terasegundos. Por otra parte un "picogalaño" es igual a 1 hora y 45 minutos.

Si aceptamos los galaños resulta que todos los registros fósiles cubren un máximo de sólo 3 galaños; la vida del sistema solar desde sus comienzos apenas alcanza los 25 galaños y toda la vida de una enana blanca en su calidad de tal quizá llegue a los 500 galaños.

Pero también tengo que ocuparme de lo muy breve y ver qué sucede con las respectivas unidades de tiempo. En este caso por lo menos no existen unidades comunes que nos puedan confundir. En consecuencia, los científicos han tenido toda la libertad para usar milisegundos y microsegundos, y ahora debemos agregar los nanosegundos, picosegundos, femtosegundos y attosegundos. Estas pequeñas unidades de tiempo no son muy útiles en el mundo macroscópico. Cuando un Gagarin o un Glenn giran alrededor de la Tierra a 8 kilómetros por segundo, en un milisegundo recorren 8 metros y en un microsegundo menos de un centímetro. La misma Tierra, que se mueve con una velocidad de 30 kilómetros por segundo en su revolución alrededor del Sol, sólo recorre unos 3 centímetros en un microsegundo.

En otras palabras, cuando se llega al nivel de los microsegundos el movimiento ordinario prácticamente se paraliza. Pero el movimiento de la luz es más rápido que cualquier movimiento ordinario, y

[42] Desde que apareció este artículo por primera vez mi edad aumentó a 1 3/4 gigasegundo, ¡qué vamos a hacer!, pero después de todo prefiero que así haya ocurrido.
(N del A.)

[43] Desde que se escribió este artículo la teoría de la creación continua ha sido prácticamente demolida, y no es muy probable que el Universo, al menos en su forma actual, sea eterno. (N. del A.)

el movimiento de algunas partículas subatómicas muy rápidas es casi tan veloz como el de la luz. Entonces analicemos las unidades pequeñas de tiempo en función de la distancia que recorre la luz.

Distancias que recorre la luz	
1 segundo	300.000 kilómetros
1 milisegundo	300 kilómetros
1 microsegundo	300 metros
1 nanosegundo	30 centímetros
1 picosegundo	0,3 milímetro

Ahora bien, usted puede pensar que al llegar al nivel de picosegundo el movimiento subatómico e incluso la propagación de la luz se "paralizan". Al fin y al cabo dejé de tener en cuenta el movimiento de la Tierra cuando se movía tres centímetros. Con cuánta más razón entonces deberé hacerlo cuando se trate de décimas de milímetros.

Sin embargo existe una diferencia. La Tierra, cuando se mueve tres centímetros, recorre 1/500.000.000 de su propio diámetro. En cambio, una partícula subatómica veloz que recorre casi a la velocidad de la luz una distancia de 0,3 milímetro está recorriendo 120.000.000.000 de veces su propio diámetro. Para recorrer ciento veinte mil millones de veces su propio diámetro la Tierra tendría que caminar 1.500.000 años. Para que Gagarin o Glenn recorran ciento veinte mil millones de veces su propio diámetro deberían permanecer en órbita todo un año.

Por eso es que una partícula subatómica que recorre 0,3 milímetro no está de ninguna manera "parada" y tiene tiempo para sufrir un número fabuloso de colisiones con otras partículas subatómicas y también cambios internos. Como ejemplo, los piones neutros se descomponen en unos 0,1 femtosegundo después de su creación.

Además el mesón omega se descompone en algo así como 0,0001 attosegundo, que es aproximadamente el tiempo que tardaría la luz en recorrer de ida y vuelta el diámetro de un núcleo atómico.

De manera que toda la amplitud de tiempos que va desde la vida media de un mesón omega hasta la de una estrella enana roja cubre unos 40 órdenes de magnitud. En otras palabras, durante la vida normal de una enana roja hay tiempo suficiente para que unos 10^{40} mesones omega nazcan y mueran uno después de otro.

Para resumir lo dicho, las longitudes medibles cubren una gama de 41 órdenes de magnitud, los pesos medibles cubren 83 órdenes de magnitud y los tiempos medibles, 40 órdenes de magnitud. Está claro entonces que no nos estamos extralimitando al extender el sistema métrico de los 6 órdenes de magnitud hasta los 30.

Parte 4 Los números y el calendario

11

Los días de nuestros años

Varios de nosotros nos reunimos de vez en cuando para pasar una tarde de ocio charlando y tomando café con rosquillas, y uno de los miembros del grupo anotó un tanto al persuadir a un conocido animador para que asistiera a la reunión. Pero el conocido animador puso una condición. No vendría a entretener a los demás, ni tampoco se le pediría que lo hiciera. Esto quedó convenido de antemano[44].

Pero entonces se nos presentaba un problema. Si se dejaba que la reunión siguiera su curso natural, con toda seguridad alguien habría de empezar a fastidiar al animador. Por lo tanto, había que ofrecer algún otro entretenimiento, y así fue como uno de los muchachos se dirigió a mí diciendo: "¿Sabes qué podemos hacer?"

Como ya lo sabía bien, me opuse desde el principio, diciendo: "¿Cómo puedo pararme allí para hablar cuando todos van a estar mirando a este otro señor que va a estar sentado entre la concurrencia, deseando que él ocupe mi lugar? ¡Sería algo así como arrojarme al foso de las fieras!".

Pero todos sonrieron entusiasmados y me recordaron qué lindas charlas solía dar. (Parece que todo el mundo se da cuenta enseguida de que me ablando como la masilla apenas comienzan a adularme.) Inmediatamente acepté arrojarme a las fieras. Para mi sorpresa tuve éxito, lo que habla bien de la capacidad intelectual de la audiencia... o tal vez de su magnanimidad.

Como la reunión se celebraba en el llamado "día intercalar" (el 29 de febrero), me pareció que el tema de conversación ya venía como servido en bandeja, y lo desarrollé como sigue.

Creo que no existen dudas de que la primera unidad empleada para medir el tiempo fue el día. Es algo que se impone por sí mismo aun para el más primitivo de los humanoides. Pero el día no es una unidad conveniente cuando se trata de medir intervalos de tiempo prolongados. Aun admitiendo una duración de treinta años para la vida del hombre primitivo, éste podía vivir unos 11.000 días, y era muy fácil perder la cuenta para semejante número de días.

Puesto que el Sol es quien gobierna la duración del día, al buscar otra unidad de tiempo parece natural dirigir la atención hacia el cuerpo celeste que le sigue en importancia: la Luna. Enseguida se percibe que hay una unidad hecha a medida: el período de las fases lunares. La Luna crece desde la fase de oscuridad completa (Luna nueva) hasta la fase de Luna llena, y regresa a la fase nueva en un período de tiempo bien definido. En el idioma inglés este período de tiempo se denomina "month" (que proviene obviamente de la palabra "moon", o sea "Luna") o, más precisamente, "mes lunar", ya que hay otros tipos de mes que representan períodos de tiempo algo más cortos o más largos que el mes que resulta definido por las fases de la Luna.

El mes lunar equivale aproximadamente a 29 1/2 días. Más exactamente es igual a 29 días 12 horas 44 minutos 2,8 segundos, o sea 29,5306 días.

La Luna nueva, que en la Antigüedad señalaba el comienzo del mes, tuvo —al igual que las demás fases de la Luna— importancia en el nacimiento de la astronomía, pues seguramente el cambio de forma regular de la Luna fue el primer objeto del cielo que despertó la curiosidad del hombre. Los requerimientos y la importancia del calendario deben de haber influido para que el hombre diera intervención al ciclo lunar en la matemática y en la religión.

Pero había algo más..

Para los antiguos filósofos griegos resultaba satisfactorio desde el punto de vista estético dividir al Universo en dos partes: la Tierra y los cuerpos celestes. Para hacerlo se pusieron a buscar las diferencias fundamentales en sus propiedades. Por ejemplo: todos los cuerpos celestes eran luminosos, mientras que la Tierra no tenía luz propia.

Pero la Luna parecía ser una excepción a esta regla general. La relación que existía entre las fases de la Luna y sus posiciones relativas con respecto al Sol permitía ver, aun en la Antigüedad, que el brillo de la Luna sólo se debía al reflejo de la luz solar. Lo cual quería decir que, por si misma, la Luna era tan oscura y falta de luz como la Tierra.

Pero además, cuando la Luna se encuentra en cuarto creciente y no es más que una delgada lonja de luz ondulada, el resto de su superficie se ve brillar a veces con una débil luz rojiza. Galileo señaló que desde la Luna la Tierra se vería "llena" y que el fenómeno apuntado no era otra cosa que el débil brillo de la Luna iluminada por la luz de la Tierra. La tierra también refleja la luz y es tan luminosa como la Luna.

[44] Cuando apareció este artículo por vez primera en agosto de 1964 no di el nombre del animador porque creí que él no quería que lo hiciese. Sin embargo me equivoqué porque, cuando varios meses después me encontré con él y le pedí su autógrafo, él escribió "A Isaac, con los mejores deseos de un conocido animador". (N del A.)

Por otra parte, los antiguos griegos también habían determinado la distancia a la Luna con mucha precisión, y se dieron cuenta de que para que tuviera el tamaño aparente que nos muestra desde esa distancia debía tratarse de un mundo de unos tres mil quinientos kilómetros de diámetro (dos mil millas). En resumen, gracias a la Luna, la astronomía sin instrumentos fue suficiente para demostrar la doctrina de la "pluralidad de mundos", puesto que si la Luna era un mundo, también podrían serlo muchos otros cuerpos celestes.

Antes de que el hombre desarrollara la agricultura es muy posible que el mes no revistiera ninguna significación especial, y que sólo se lo empleara como un accesorio conveniente para medir períodos de tiempo medianamente largos. La esperanza de vida del hombre primitivo era probablemente de unos 350 meses, que es un número mucho más conveniente que el de 11.000 días.

A decir verdad, existe la teoría de que las largas vidas de los patriarcas que figuran en el quinto capítulo del Libro del Génesis puede provenir de haber confundido los años con los meses lunares. Por ejemplo, supongamos que Matusalén haya vivido 969 meses lunares. Esto sería poco más de 78 años, lo que da un número muy razonable. Pero sucede que después que la tradición los trasformó en 969 años apareció la frase "más viejo que Matusalén".

Pero esto lo menciono solamente al pasar, porque la verdad es que ningún estudioso de la Biblia acepta seriamente esta idea. Es mucho más probable que semejantes períodos de vida provengan de la tradición babilónica acerca de los tiempos anteriores al Diluvio Universal... Pero me estoy apartando del tema.

Yo creo que el mes adquirió gran importancia con la introducción de la agricultura. Una sociedad agrícola estaba mucho más atada a las estaciones que una sociedad de pastores o cazadores. Los nómadas podían ir de un lugar a otro en busca de granos y de pasturas, pero los granjeros tenían que quedarse donde estaban y esperar hasta que lloviera. Para mejorar sus posibilidades, los agricultores tenían que estar seguros de sembrar en el momento adecuado para sacar ventaja de las temporadas de lluvias y de calor, y un error cometido en el período de siembra solía equivaler al desastre. Además, como el desarrollo de la agricultura hizo posible el aumento en la densidad de la población, al mismo tiempo aumentaba la magnitud de un desastre semejante.

En consecuencia el hombre tenía que prestar atención al ciclo de las estaciones, y ya en la etapa prehistórica debe de haber notado que esas estaciones recorren un ciclo completo en doce meses, aproximadamente. En otras palabras, si la siembra se efectuaba en un determinado momento del año y todo salía bien, entonces, al sembrar doce meses contados desde la siembra anterior, todo habría de salir bien nuevamente.

Contar los meses puede ser difícil en una sociedad primitiva, especialmente cuando un error puede significar la ruina, y por ello no debe sorprendernos que a menudo la cuenta haya estado a cargo de una casta especializada, la de los sacerdotes. Estos no sólo podían dedicar su tiempo a contar con precisión, sino que también podían emplear su experiencia y habilidad para lograr que los dioses fueran propicios. Después de todo, el ciclo de las estaciones no era de ninguna manera tan rígido e invariable como el ciclo de los días y las noches o el ciclo de las fases de la Luna. Una helada tardía o la falta de lluvia podían estropear las cosechas de ese año, y puesto que tales imperfecciones del clima solían atribuirse a pequeños errores en las ceremonias rituales (o al menos eso era lo que creían los hombres de la época), la función sacerdotal adquiría ciertamente gran importancia.

Por ello no es sorprendente que el mes lunar llegara a tener una enorme significación religiosa. Se celebraban festividades en cada Luna nueva y los sacerdotes lanzaban proclamas especiales para cada caso, y así el mes lunar tomó el nombre de "mes sinódico".

El ciclo de las estaciones se llama "año" y por lo tanto doce meses lunares constituyen un "año lunar". Cuando se mide el tiempo empleando años lunares se dice que se ha adoptado un "calendario lunar". En la actualidad el único grupo humano importante que emplea un calendario lunar estricto lo forman los musulmanes. Cada año musulmán se compone de 12 meses que, a su vez, suelen constar de 29 y 30 días en forma alternada,

En promedio esos meses duran 29,5 días pero, como ya lo he señalado, la duración verdadera del mes lunar es de 29,5306 días. El año lunar de doce meses de 29,5 días cada uno tiene en total 354 días, o más precisamente 354,37 días de duración.

Usted puede decir "¿y qué?", pero no lo haga. Un verdadero año lunar debería comenzar siempre el día de la Luna nueva. Pero si uno empieza un primer año lunar el día de Luna nueva y luego se limita a alternar meses de 29 y de 30 días, el tercer año habrá de comenzar el día antes de la Luna nueva, y el sexto año empezará dos días antes de la Luna nueva. Para un pueblo realmente religioso esto es simplemente inconcebible.

Pero sucede que 30 años lunares vienen a tener casi exactamente un número redondo de días: 10.631,016. Si los treinta años se construyen con meses de 29,5 días se obtienen 10.620 días, de modo que hacen falta otros 11 días para seguir el movimiento de la Luna. Por esa razón los mahometanos reparten 11 días entre los 30 años de una manera prefijada y así evitan que un año determinado pueda empezar un día

entero antes o después de la Luna nueva. En cada ciclo de 30 años hay 19 años de 354 días y once años de 355 días, y ese calendario está al día con el movimiento de la Luna.

Cuando se inserta un día adicional para lograr que el calendario se ajuste a los movimientos de un cuerpo celeste determinado, este día recibe el nombre de "intercalar"; es, por así decirlo, un día intercalado en el calendario.

Pero el año lunar, ya sea su duración de 354 o de 355 días, no se ajusta al ciclo de las estaciones. Ya en los comienzos de la historia los astrónomos babilonios habían notado que el Sol se movía con respecto a las estrellas. Este pasaje del Sol fue seguido con gran atención porque se hacía evidente que un ciclo completo del Sol en el cielo se ajustaba muy de cerca al ciclo completo de las estaciones. (Esta aparente influencia de las estrellas sobre las estaciones fue probablemente lo que dio origen a la moda babilónica de la astrología... que todavía perdura en nuestros días.).

El Sol hace su ciclo completo por el Zodíaco en aproximadamente 365 días, de modo que el año lunar es unos 11 días más corto que el ciclo de las estaciones o "año solar". Tres años lunares presentan 33 días, o sea poco más de un mes entero menos que el ciclo de las estaciones.

Esto es importante. Si uno emplea un calendario lunar y lo inicia de manera que el primer día del año coincida con el momento de sembrar, entonces tres años después estará sembrando un mes antes de lo correcto, y cuando haya trascurrido una década se encontrará sembrando en pleno invierno. Después de 33 años el primer día del año habrá ido a parar nuevamente adonde debía estar, luego de haber recorrido todo el año solar.

Esto es precisamente lo que sucede con el año musulmán. El noveno mes del año musulmán se llama Ramadán, y reviste un carácter especialmente sagrado por tratarse del mes en que Mahoma comenzó a recibir la revelación del Corán. Por esa razón durante el Ramadán los musulmanes se abstienen de comer y beber durante las horas diurnas. Pero cada año el Ramadán cae algo más temprano dentro del ciclo de las estaciones, y con intervalos de 33 años coincide con el momento más caluroso del año; abstenerse de beber en esa época es algo verdaderamente agotador y el temperamento de los musulmanes se vuelve especialmente irascible.

Los años musulmanes comienzan a contarse a partir de la Hégira, que es la fecha en que Mahoma huyó de La Meca hacia Medina. Este hecho tuvo lugar en el año 622 de nuestra era. Esto podría hacernos suponer que para encontrar el número que corresponde a cada año musulmán sólo hace falta tomar el número correspondiente al año cristiano y restarle 622. Sin embargo no es así, pues el año musulmán es más corto que el nuestro. Yo estoy escribiendo este capítulo en 1964, que significa 1342 años solares desde la Hégira. Pero esto representa 1384 años lunares a partir de la Hégira, de manera que mientras escribo esto el año musulmán es el 1384.

Mis cálculos me dicen que el año musulmán va a alcanzar al año cristiano dentro de unos diecinueve milenios. El año 20.874 de la era cristiana también habrá de ser el 20.874 de la era mahometana, y en ese momento los musulmanes van a poder cambiar su calendario por el nuestro prácticamente sin problemas.

Pero, ¿qué podemos hacer nosotros con el año lunar para que éste se ajuste a las estaciones y al año solar? No "bastará con que sumemos 11 días al cabo del año, pues de esa manera el año siguiente no habrá de comenzar en Luna nueva y para los antiguos babilonios, por ejemplo, el comienzo del año en Luna nueva era algo esencial.

Sin embargo, si empezamos un año solar con Luna nueva y esperamos, veremos que veinte años después el comienzo del año vuelve a coincidir con el día de Luna nueva. Esto es así porque 19 años solares contienen casi exactamente 235 meses lunares.

Concentremos nuestra atención en esos 235 meses lunares. Equivalen a 19 años lunares (de 12 meses lunares cada uno) más 7 lunares excedentes. En consecuencia, si lo deseamos podemos dejar, como hacen los musulmanes, que trascurran los años lunares hasta que hayan pasado 19 de tales años. En ese momento el calendario estará atrasado exactamente 7 meses con respecto a gestaciones, y con sólo sumar esos 7 meses al año decimonono (lo que daría un año 19° de 19 meses, que es algo muy bonito) podríamos comenzar un nuevo ciclo de 19 años que se ajustaría exactamente tanto a la Luna como a las estaciones. Pero los babilonios no querían atrasarse 7 meses con respecto a las estaciones. En lugar de eso iban agregando esa diferencia de 7 meses a medida que trascurría el ciclo de 19 años, agregando un mes por vez de la manera más pareja posible. Cada ciclo tenía doce años de 12 meses y siete de 13 meses. El "mes intercalar" se agregaba en los años tercero, sexto, octavo, undécimo, decimocuarto, decimoséptimo y decimonoveno de cada ciclo, y de ese modo el año nunca se atrasaba ni se adelantaba más que unos 20 días con respecto al Sol.

Un calendario semejante, basado en el mes lunar pero arreglado de manera que siga el movimiento del Sol, constituye lo que se denomina "calendario lunar-solar".

El calendario lunar-solar de los babilonios llegó a generalizarse en la Antigüedad porque lograba predecir las estaciones al mismo tiempo que respetaba la santidad de la Luna. Tanto los hebreos como los griegos adoptaron este calendario y en realidad todavía constituye la base del calendario judío actual. En el calendario judío cada fecha se va atrasando paulatinamente con respecto al Sol hasta que se agrega el mes

intercalar, momento en que las fechas se adelantan levemente con respecto al movimiento solar. Por esa razón las diversas festividades, como la Pascua Hebrea y el Día del Perdón, se celebran cada año en distintos días del calendario civil (que se rige estrictamente por el Sol). Pero, en realidad, se celebran todos los años en las mismas fechas del calendario judío.

Los primeros cristianos continuaron utilizando el calendario judío durante tres siglos y establecieron la fecha de la Pascua sobre esa base. A medida que fueron pasando los siglos las cosas se pusieron algo complicadas, porque los romanos (que se iban convirtiendo al cristianismo en cantidades enormes) ya habían perdido la costumbre del calendario lunar-solar y se sentían intrigados por las variaciones irregulares de la fecha de la Pascua. Debía encontrarse alguna fórmula que permitiera calcular con antelación la fecha correcta de la Pascua empleando el calendario romano.

En el Concilio de Nicea celebrado en el año 325 (cuando ya Roma se había convertido oficialmente al cristianismo) se decidió que la Pascua se habría de celebrar el domingo siguiente a la primera Luna llena después del equinoccio vernal, y también se estableció que la fecha de este equinoccio es el 21 de marzo. Pero la Luna llena a la que se referían no es la real, sino una Luna llena ficticia denominada "Luna llena pascual" ("pascual" se deriva de pesach, que es la denominación hebrea de la Pascua). La fecha de la Luna llena pascual se calcula según una fórmula donde intervienen los números áureos y las letras dominicales, tema que no voy a analizar.

Como consecuencia, la Pascua todavía salta de una fecha a la otra del año civil y puede caer tan temprano como el 22 de marzo o tan tarde como el 25 de abril. Muchas otras festividades de la Iglesia están ligadas a la Pascua y varían de la misma manera de un año a otro.

Además no todos los cristianos se han puesto de acuerdo acerca de la fórmula exacta para calcular la fecha de la Pascua. La falta de acuerdo sobre este detalle fue una de las razones del cisma entre la Iglesia Católica de Occidente y la Iglesia Ortodoxa de Oriente. A comienzos de la Edad Media incluso hubo una vigorosa Iglesia Céltica que también tenía su propia fórmula.

Nuestro propio calendario fue heredado de los egipcios, para quienes las estaciones no tenían importancia. El único suceso sobresaliente del año era la creciente del río Nilo, que tenía lugar cada 365 días en promedio. Desde tiempos muy remotos, con más precisión desde el año 2781 a. C, se dejaron de regir por la Luna y adoptaron un "calendario solar" adaptado para que el año tuviera una duración constante de 365 días.

No obstante, el calendario solar siguió rigiéndose por la tradición de los 12 meses. Así como el año tenía una duración constante también los meses tenían la misma duración igual a 30 días Esto significa que la Luna nueva podía caer en cualquier día del mes, pero a los egipcios no les importaba. (Un mes que no se basa en la luna se denomina "mes calendario".) puesto que 12 meses de 30 días cada uno totalizan solamente 360 días, y por ello al final de cada ciclo de 12 meses se agregaron 5 días adicionales que se consideraban feriados.

Pero el año solar no tiene exactamente 365 días. Hay varias clases de años solares que difieren levemente por su duración, pero el año que interesa para calcular las estaciones es el llamado “año tropical", que tiene una duración de cerca de 365 1/4 días.

Esto quiere decir que con cada año que pasaba, el año de los egipcios con sus 365 días se iba atrasando 1/4 de día con respecto al Sol. A medida que pasara el tiempo la creciente del Nilo tendría lugar en una fecha del año cada vez más avanzada, hasta que finalmente esa fecha habría recorrido todo el año. En otras palabras, en 1460 años tropicales habría 1461 años egipcios.

Este período de 1461 años egipcios se denominaba "ciclo sótico", que proviene de Sotis, que es el nombre egipcio de la estrella Sirio. Si al comenzar un ciclo sótico Sirio salía al mismo tiempo que el Sol el primer día del año egipcio, en cada año subsiguiente la salida de la estrella se iría produciendo cada vez más tarde hasta que finalmente, 1461 años egipcios después, Sotis volvería a salir el día de Año Nuevo al mismo tiempo que el Sol, dando así comienzo a un nuevo ciclo.

Los griegos supieron de ese cuarto de día adicional allá por el año 380 a. C. cuando lo descubrió Eudoxio de Cnido. En el 239 a. C. Ptolomeo Euergetes, rey macedonio de Egipto, intentó ajustar el calendario egipcio de modo que tuviera en cuenta ese cuarto de día, pero los egipcios ultraconservadores no aceptaron una innovación tan radical.

Entretanto la República Romana tenía un calendario lunar-solar en el que cada tanto se agregaba un mes intercalar. Pero los encargados de la función sacerdotal eran políticos elegidos que nunca se mostraban tan cuidadosos corno los del Oriente. Los sacerdotes romanos agregaban un mes o dejaban de hacerlo según quisieran un año largo (cuando los otros funcionarios elegidos anualmente pertenecían a su mismo partido) o un año corto (cuando no pertenecían). En el año 46 a. C. el calendario romano estaba atrasado en 80 días con respecto al Sol.

Por ese entonces se encontraba en el poder Julio César, quien decidió poner fin a tanto disparate. Precisamente acababa de regresar de Egipto, donde había podido observar la conveniencia y la simplicidad del año solar, y para ayudar en la tarea trajo consigo a un astrónomo egipcio, Sosígenes. Se pusieron de acuerdo para permitir que el año 46 a. C. tuviera una duración de 445 días, por lo que más tarde se lo recordó como el "Año de la Confusión". Pero con dicha medida el calendario quedó ajustado con el Sol, de modo que el 46 a. C. fue el último año de confusión.

Por supuesto que a Julio César, a quien se debe el nombre del calendario juliano, el común de la gente lo conoce mejor por muchas otras razones.

Nació en el año 102 a. C. y fue uno de los hombres más notables de la Antigüedad. Se destacó por su enorme coraje, después que al promediar su vida, luego de años de vida libertina y disipada, comenzó a dirigir ejércitos y demostró ser un gran general que jamás perdió una batalla. También fue un gran orador sólo superado por Cicerón entre los romanos, y un gran escritor. Y fue un político exitoso.

Su encanto era legendario. En el 76 a. C. zarpó hacia la isla de Rodas con el fin de estudiar con los mejores maestros griegos. En el camino fue capturado por unos piratas que pidieron por él un rescate que, traducido a la moneda actual, representaba unos 100.000 dólares. Mientras sus amigos y parientes se dedicaban a reunir con grandes dificultades el dinero, César sedujo a sus captores y lo pasó muy bien con ellos. Mientras conversaban amigablemente César les dijo que una vez que fuera liberado volvería con una flota y los colgaría a uno por uno. Los piratas se rieron con el chiste, pero cuando César quedó libre después del pago del rescate volvió con una flota y los ahorcó a todos.

La República Romana había entrado en una lenta decadencia pues se le hacía cada vez más difícil controlar el imperio que se iba formando, y César inició una guerra civil (durante la cual llegó a Egipto y tuvo un famoso romance con Cleopatra), de la que emergió como único gobernante y dictador del Imperio Romano.

Aquí fue donde se mostró su única gran falla. El creía firmemente que un enemigo perdonado era un enemigo destruido. Perdonó a muchos que habían peleado en su contra y les dio altos cargos en el Estado. Pero ellos conspiraron contra César y el 15 de marzo del año 44 a. C. (los Idus de Marzo) la asesinaron.

Con la llegada del 45 a. C. los romanos adoptaron un calendario egipcio modificado en el que los cinco días adicionales que aparecían al final del año se iban distribuyendo a lo largo de éste, dando origen a nuestros meses de duración despareja. Lo ideal habría sido que tuviéramos siete meses de 30 días y cinco de 31. Lamentablemente los romanos creían que febrero era un mes de mal agüero Y decidieron acortarlo, de modo que acabamos por tener este ridículo conjunto de siete meses de 31 días, cuatro de 30 dias y uno de 28 días.

Con el fin de tener en cuenta aquel cuarto de día adicional, César y Sosígenes establecieron que un año de cada cuatro tendría una duración de 366 días. (Según la numeración de los años de la era cristiana todo año divisible por 4 tiene un día intercalar, fijado el 29 de febrero. Como 1964 dividido por 4 da 491 y el resto vale cero, hay un 29 de febrero en el año 1964.)

En esto consiste el "año juliano", que toma el nombre de Julio César. En el Concilio de Nicea la Iglesia Católica adoptó el calendario juliano. Como la Iglesia adoptó la Navidad como festividad después del Concilio de Nicea, se le asignó una fecha dentro del año juliano. Por esa razón no varía de un año a otro como lo hace la Pascua.

El año de 365 días tiene justamente 52 semanas y 1 día de duración. Esto quiere decir que si, por ejemplo, el 6 de febrero cae en domingo un año, al año siguiente será lunes, al año siguiente martes, etc. Si sólo hubiera años de 365 días, cualquier fecha dada iría ocupando los distintos días de la semana siguiendo una progresión constante. Pero cuando un año tiene 366 días, lo que equivale a 52 semanas y 2 días de duración, y si ese año el 6 de febrero es un martes, al año siguiente será un jueves. La fecha saltea el miércoles. Por esa razón en inglés el año de 366 días se denomina "leap year" y el 29 de febrero es el "leap day"[45].

Todo habría andado bien si el año tropical tuviera una duración exacta de 365,25 días, pero no es así, El año tropical tiene 365 días 5 horas 48 minutos 46 segundos de duración, o sea 365,24220 días. En promedio el año juliano tiene 11 minutos 14 segundos de más, lo que equivale a 0,0078 día.

Esto puede no parecer mucho, pero significa que el año juliano se adelanta en un día con respecto al año tropical cada 128 años. A medida que el año juliano se va adelantando, el equinoccio vernal, que se va atrasando, se produce cada vez más temprano en el año. En el Concilio de Nicea celebrado en el año 325 el equinoccio vernal tuvo lugar el 21 de marzo. En el año 453 se produjo el 20 de marzo, en el 581 el 19 de marzo, etc. Ya por el 1263, en vida de Roger Bacon, el año juliano se había adelantado ocho días con respecto al Sol y el equinoccio vernal tuvo lugar el 13 de marzo.

[45] Leap significa saltar, pasar por encima, etc. Leap year = año bisiesto; leap day = día intercalar. (N. del T.)

Esto todavía no era demasiado grave, pero la Iglesia pensaba en qué habría de ocurrir en un futuro indefinido, ya que la Pascua estaba ligada a la fecha del 21 de marzo para el equinoccio vernal. De permitirse que esto siguiera así, la Pascua acabaría por celebrarse en pleno verano[46] y la Navidad se correría hasta la primavera. Por esa razón en 1263 Roger Bacon escribió una carta al papa Urbano IV explicándole la situación. Pero la Iglesia tardó más de tres siglos en considerar la cuestión.

En 1582 el calendario juliano se había adelantado dos días más y el equinoccio vernal ya caía el 11 de marzo. Por fin el papa Gregorio XIII se decidió a actuar. Para empezar suprimió diez días, cambiando el 5 de octubre por el 15 de octubre de 1582. Con eso puso el calendario a la par con el Sol y el equinoccio vernal del año 1583 se produjo el 21 de marzo, tal como lo había decidido el Concilio de Nicea.

El paso siguiente consistía en evitar que el calendario se volviera a salir de fase. Como el año juliano se adelanta un día entero cada 128 años, en 384 años debe adelantarse tres días enteros o sea, haciendo una leve aproximación, tres días enteros en cuatro siglos. Eso significa que cada 400 años se deben omitir tres años, que serían bisiestos según el sistema juliano.

Tomemos los años finales de cada siglo: 1500,1600,1700, etc. Según el calendario juliano todos los años finales de siglo son divisibles por 4 y por lo tanto son bisiestos. Cada 400 años hay 4 de tales años, así que ¿por qué no hacer que tres de ellos sigan siendo años comunes y permitir que sólo uno (el que es divisible por 400) sea bisiesto? Esta disposición hace que el año siga más de cerca al Sol y define lo que llamarnos "calendario gregoriano".

Para resumir: Cada 400 años el calendario juliano tiene 100 años bisiestos, lo que da un total de 146.100 días. En esos mismos 400 años el calendario gregoriano tiene solamente 97 bisiestos, lo que da un total de 146.097 días. Podemos comparar estas duraciones con la que corresponde a 400 años tropicales, que representan 146.096,88 días. Mientras que en ese lapso, el año juliano se ha adelantado 3,12 días con respecto al Sol, el año gregoriano sólo lo ha hecho en 0,12 día.

Pero 0,12 día son cerca de 3 horas, y esto significa que en 3400 años el calendario gregoriano se habrá adelantado un día entero con respecto al Sol. Así que allá por el año 5000 vamos a tener que suprimir otro año bisiesto más.

Pero la Iglesia había esperado demasiado para tomar medidas. De haberlo hecho un siglo antes toda Europa occidental habría cambiado de calendario sin problemas. Pero en 1582 gran parte del norte de Europa se había convertido al protestantismo. Para estas naciones el hecho de que su calendario se fuera adelantando con respecto al Sol siguiendo los dictados del pagano César era mil veces preferible que aceptar las correcciones del Papa. En consecuencia siguieron rigiéndose por el año juliano.

En el año 1600 no hubo ninguna crisis. Si bien se trataba del año final de un siglo, el número era divisible por 400. Por lo tanto era año bisiesto según el calendario juliano y también según el gregoriano. Pero en 1700 las cosas cambiaban. Él calendario juliano lo tenía por bisiesto, y el gregoriano no. El 1 de marzo de 1700 el calendario juliano se iba a adelantar un día más con respecto al Sol (lo que hacía un total de once días). Dinamarca, los Países Bajos y la Alemania protestante cedieron y adoptaron el calendario gregoriano.

Gran Bretaña y sus colonias americanas se mantuvieron firmes hasta 1752. A causa del día adicional que habían adelantado en 1700 tuvieron que suprimir once días y cambiar el 2 de septiembre de 1752 por el 13 de septiembre de 1752. Como consecuencia hubo desórdenes en toda Inglaterra, ya que mucha gente llegó en seguida a la conclusión de que los habían hecho envejecer once días de repente y por decreto.

"¡Devuélvannos los once días que nos quitaron!", reclamaban con impaciencia.

(Una objeción más racional provenía del hecho de que los terratenientes cobraron un trimestre completo, a pesar de que el tercer trimestre de 1752 tuvo 11 días menos.)

Como consecuencia, la fecha de nacimiento de Washington no coincide con la fecha en que celebramos oficialmente su cumpleaños. No hay duda de que nació el 22 de febrero de 1732 según el calendario gregoriano pero la fecha que se registró en la Biblia familiar debió ser la que correspondía al calendario juliano, o sea el 11 de febrero de 1732. Cuando se produjo el cambio, Washington —que era un hombre extraordinariamente sensato— cambió la fecha de su cumpleaños y de esa manera conservó el día verdadero de su nacimiento.

Las naciones ortodoxas del Este de Europa fueron más inflexibles que las protestantes. Así fue como trascurrieron los años 1800 y 1900, que eran bisiestos según el calendario juliano, pero no según el gregoriano. Y así, en 1900 el equinoccio vernal juliano cayó el 8 de marzo, de manera que el calendario juliano estaba adelantado en 13 días con respecto al Sol. Recién después de la Primera Guerra Mundial la Unión Soviética, por ejemplo, adoptó el calendario gregoriano. (Al hacerlo los Soviets introdujeron una leve modificación en el esquema de los años bisiestos que aumentó todavía más su exactitud. El calendario soviético no podrá adelantarse en un día con respecto al Sol hasta que pasen 35,000 años.) Pero algunas de las iglesias ortodoxas todavía persisten en el uso del año juliano, y por esa razón la Navidad ortodoxa se celebra el 6 de enero de nuestro calendario. Según el calendario de ellos sigue siendo el 25 de diciembre.

[46] El autor se refiere siempre a las estaciones en el hemisferio norte. (N. del T.)

Y ahora que lo pienso me doy cuenta de algo terrible... Yo mismo nací en una época en que todavía estaba vigente el calendario juliano en la (ejem) patria[47].

A diferencia de George Washington yo nunca cambié mi fecha de nacimiento y como consecuencia todos los años celebro mi cumpleaños 13 días antes de lo debido, lo que me hace 13 días más viejo de lo que soy en realidad.

Y estos 13 días de más que llevo encima figuran en todos los registros y en todos los documentos, y jamás podré cambiarlos. ¡Devuélvanme mis 13 días! ¡Devuélvanme mis 13 días! ¡Devuélvanme...!

[47] Bueno, por si les interesa, nací en la Unión Soviética. Vine de allí cuando tenía tres años. (N. del A.)

12

Comience por el principio

Todos los años tenemos ante nosotros otro día de Año Nuevo; y como yo cumplo años muy poco después de ese preciso día, el comienzo del año es siempre una ocasión doblemente propicia para que realice un examen de conciencia de mis grandezas y de mis debilidades.

Tal vez consiga que mi conciencia del paso del tiempo me resulte más tolerable si pienso en ello de una manera más objetiva. Por ejemplo, ¿quién dijo que el año comienza el día de Año Nuevo? ¿Qué tiene este día de Año Nuevo que lo haga diferente de cualquier otro día? ¿Qué es lo que hace que el 1 de enero sea un día tan especial?

Además, cuando dividimos el tiempo en cualquier clase de unidades, ¿cómo elegimos la primera de estas unidades?

Por ejemplo, comencemos por el principio (cosa que me gusta con locura) y analicemos el día como tal.

El día se compone de dos partes: la parte diurna[48] y la nocturna. Cada una de estas partes por separado tiene un comienzo natural desde el punto de vista astronómico. La parte diurna comienza con la salida del Sol; la nocturna comienza con la puesta del Sol. (El alba y el crepúsculo se mezclan con la noche, pero esto no es más que un detalle.)

Pero en las latitudes en que vive la mayor parte de la humanidad, tanto la parte diurna como la nocturna del día varían su duración durante el año (cuando una de ellas se va alargando, la otra se va acortando) y en consecuencia resulta bastante conveniente emplear las dos partes juntas como una única unidad de tiempo de veinticuatro horas. La combinación de ambas, o sea el día, tiene una duración prácticamente constante.

Muy bien, pero entonces ¿cuándo debería comenzar el día, a la salida o a la puesta del Sol? Uno puede defender la primera opción, puesto que en una sociedad primitiva el día laborable se inicia con la salida del Sol. Por otra parte, en esa misma sociedad la puesta del Sol es el momento en que termina la faena diaria, y no hay duda de que cada terminación significa un nuevo comienzo.

Algunos grupos humanos eligieron una opción y otros eligieron la otra. Los egipcios, por ejemplo, comienzan el día a la salida del Sol, mientras que los hebreos lo comienzan cuando el Sol se pone.

La concepción hebrea de la cuestión se refleja ya en el primer capítulo del Génesis, donde se describen los días de la Creación. En el Génesis 1:5 se lee: "Y llamó Dios a la luz Día, y a las tinieblas llamó Noche. Y fue la tarde y la mañana un día". La tarde (es decir la noche) figura antes de la mañana (o sea la parte diurna del día) porque el día comienza con la puesta del Sol.

Esta convención se mantiene en el judaísmo hasta la actualidad y las festividades judías todavía empiezan "en la noche de la víspera". El cristianismo comenzó siendo un retoño del judaísmo, y por ello aún hoy persisten reminiscencias de ese comienzo crepuscular en algunas festividades de los cristianos.

Todos sabemos que la Nochebuena no es la noche del 25 de diciembre sino la del 24, pero la Navidad comienza precisamente "la noche anterior" igual que si se tratara de una fiesta judía. Lo mismo sucede con la víspera de Año Nuevo ("Noche Vieja").

Otro ejemplo familiar lo constituye la festividad anglosajona del "Halloween", que se celebra la víspera del día de Todos los Santos. La festividad de Todos los Santos corresponde al 1° de noviembre, pero los anglosajones la celebran en la noche del 31 de octubre. Esto se refleja en la palabra "halloween", que es la contracción de Hallows'Eve ("Noche de los Santos").

Pero en realidad ni la salida ni la puesta del Sol indican el comienzo del día. El período que transcurre entre una salida del Sol y el siguiente tiene poco más de veinticuatro horas durante la mitad del año en que los períodos diurnos se van acortando, y un poco menos de veinticuatro horas durante la otra mitad del año en la que los períodos diurnos se van alargando. Esto también puede decirse del período que va desde la puesta del Sol a la siguiente.

La salida y la puesta del Sol varían en sentidos opuestos, ya sea aproximándose o bien separándose entre sí, pero de tal manera que el instante medio de la parte diurna (mediodía) y el medio de la nocturna

[48] Es muy molesto que la palabra "día" se use tanto para denominar a la porción de tiempo en que el Sol nos ilumina como al período de veinticuatro horas que incluye al día propiamente dicho y a la noche. Esto es una limitación completamente innecesaria del idioma. Tengo entendido que el griego tiene dos palabras distintas para los dos conceptos. Por lo tamo emplearé la palabra "diurno" para el período en que gozamos de la luz solar y "día" para el período de veinticuatro horas. (N. del A.)

(medianoche) se alternan exactamente con intervalos de 24 horas todos los días del año. (Para ser más preciso, hay pequeñas desviaciones, pero se las puede ignorar.)

Podemos comenzar el día al mediodía en la seguridad de tener un ciclo constante de 24 horas, pero de esa manera las horas de trabajo quedarán repartidas entre dos fechas distintas. Es mucho mejor que el día comience a medianoche, cuando toda la gente decente está durmiendo; y en realidad es eso lo que hacemos.

Los astrónomos, que forman parte de la minoría indecente que no duerme a medianoche, han reclamado con insistencia que su día comience al mediodía, para no tener que repartir una observación nocturna entre dos fechas separadas. Pero no pudieron oponerse a la vocación general de conformidad y en 1925 aceptaron resignadamente los inconvenientes que les producía el comienzo a medianoche para así marchar al unísono con el resto del mundo.

Todas las unidades de tiempo que son más cortas que el día dependen de éste y no presentan problema alguno. Uno cuenta las horas a partir del comienzo del día; cuenta los minutos desde el comienzo de cada hora, etcétera.

Por supuesto que cuando la iniciación del día cambiaba de posición, ese cambio influía en la duración de las horas. Al principio tanto el día como la noche se dividían en doce horas, y comenzaban con la salida o la puesta del Sol, respectivamente. La duración de las horas variaba a medida que iba cambiando la duración del día y de la noche y así en junio (en el hemisferio norte) la parte diurna del día estaba constituida por doce horas largas y la noche por doce horas cortas, mientras que en diciembre se producía la situación inversa.

Esta manera de contar las horas todavía subsiste en la Iglesia Católica con la denominación de "horas canónicas". Así, "prima" (que significa "primera") es la denominación de las 6 de la mañana. La "tercia" ("tres") equivale a las 9, la "sexta" a las 12 del mediodía y la "nona" ("nueve") a las 15 horas, es decir las 3 de la tarde. Nótese que la "nona" está ubicada en medio de la tarde, en el momento más caluroso del día. Como pensaron que el momento más caluroso podía coincidir con el punto medio del día, los anglosajones trasladaron esa denominación levemente modificada a la hora 12, a la que pusieron por nombre "noon".

Este método antiguo de contar las horas también aparece en una de las parábolas de Jesús (San Mateo 20:1-16), en la cual se contratan obreros para trabajar a distintas horas del día, hasta "la hora undécima" inclusive. La undécima hora a la que se refiere la parábola es precisamente una hora antes de la puesta del Sol, momento en que finaliza la jornada laborable. Por esa razón cuando uno se refiere a "la hora undécima", está hablando de algo que se hace a último momento. Pero la fuerza de esta expresión se va perdiendo porque a nosotros nos parece que la undécima hora quiere decir las 11 de la mañana o las 11 de la noche, pero a las 11 de la mañana es demasiado temprano para asustarse, mientras que a las 11 de la noche es demasiado tarde. A esa hora deberíamos estar durmiendo.

La semana se originó en el calendario babilónico, donde un día de cada siete se dedicaba a descansar. (Creían que ese día traía mala suerte.)

Los judíos, que pasaron su cautiverio en Babilonia durante el siglo sexto antes de nuestra era, tomaron de allí la idea y la implantaron sobre una base religiosa, convirtiéndolo en un día de felicidad y no de mala suerte. Ellos explican el origen de ese día en el versículo 2:2 del Génesis donde, después de dedicarse seis días a la Creación "...Acabó Dios en el día séptimo la obra que hizo; y reposó el día séptimo de toda la obra que había hecho".

Para las sociedades que consideran la Biblia como un libro de extraordinaria significación, el "sabbath" de los judíos (que proviene del nombre hebreo del "descanso") se define como el séptimo y último día de la semana. Este día es el que se llama sábado en nuestro calendario y por lo tanto el domingo es el primer día de cada semana. En todos nuestros calendarios los días están dispuestos en siete columnas con el domingo en la primera y el sábado en la séptima.

Los primeros cristianos asignaban una significación especial al primer día de la semana. Por una parte era el "Día del Señor", pues la Resurrección se había producido un domingo. Después, a medida que fue pasando el tiempo y los cristianos empezaron a considerarse a sí mismos como algo más que una secta judía, adquirió importancia la creación de ceremonias diferenciadas. Así fue como en las sociedades cristianas el domingo pasó a ocupar el lugar del sábado como día de descanso. (Por cierto que en estos tiempos modernos y decadentes, tanto el sábado como el domingo son días de descanso, y en conjunto constituyen el "fin de semana", un período que se festeja con numerosos accidentes automovilísticos.)

El hecho de que la semana laborable comience el lunes hace que mucha gente crea que ése es el primer día de la semana, cuando en realidad no es más que el segundo[49].

[49] En este punto el autor hace referencia a un juego de palabras que suelen hacer los niños en los Estados Unidos y que se basa en la relación entre el número "two" (dos) y el. día "Tuesday" (martes). La existencia misma del juego refleja hasta que punto la gente cree que el martes es el segundo día de la semana. No hace falta decir que este juego de palabras carece de sentido en castellano. (N. del T.)

Al estar ligado al movimiento de la Luna, en la Antigüedad el mes comenzaba en una fase prefijada. En teoría, cualquier fase puede servir para este fin. El mes puede muy bien comenzar con la Luna llena, con el cuarto creciente, etc. Pero en realidad parece que la forma más lógica de hacerlo es comenzar cada mes en Luna nueva, es decir en la noche en que se empieza a ver el primer hilo del cuarto creciente inmediatamente después de la Puesta del Sol. Según la lógica de un hombre primitivo está claro que en ese momento se está creando una nueva Luna, y es entonces cuando debe comenzar el nuevo mes.

Pero en la actualidad el mes ya no está ligado a la Luna sino al año, que a su vez se basa en el movimiento del Sol. En nuestro calendario, en años normales, el primer mes comienza con el primer día del año, el segundo mes con el trigesimosegundo día, el tercer mes con el sexagésimo día, el cuarto mes con el nonagesimoprimer día del año, etc., sin tener en cuenta para nada las fases de la Luna. (En año bisiesto todos los meses a partir del tercero empiezan un día más tarde debido a la presencia del 29 de febrero.)

Lo cual nos lleva de vuelta al año. ¿Cuándo empieza y por qué?

En un principio, las sociedades agrícolas primitivas deben de haber tomado conciencia de la existencia del año como sucesión de las estaciones. La primavera, el verano, el otoño y el invierno representaban la mañana, el mediodía, la tarde y la noche del año y, lo mismo que ocurría con el día, dos de ellas parecían estar igualmente calificadas para empezar el año.

Las tareas del año comenzaban durante la primavera, cuando la tierra volvía a calentarse y se podía comenzar la siembra. ¿No debería ser ése el momento de iniciar el año? Por otra parte el otoño señala el final de la labor anual, cuando la cosecha ya está en manos del agricultor (al menos se ruega para que así suceda). Terminado un año de labor, ¿no debería comenzar uno nuevo?

Al desarrollarse la astronomía, se observó que el comienzo de la primavera en el hemisferio norte estaba asociado al equinoccio vernal, que en el calendario actual cae el 20 de marzo, mientras que el comienzo del otoño está asociado (siempre en el hemisferio norte) al equinoccio otoñal, que se produce medio año después, el 23 de septiembre.

Algunas sociedades eligieron un equinoccio para el comienzo del año y otras eligieron el otro. Entre los hebreos se llegaron a tomar los dos equinoccios para la determinación del Año Nuevo. Uno de éstos caía el primer día del mes de Nisán (que coincide más o menos con el equinoccio vernal). En la mitad de ese mes tiene lugar la Pascua judía, que por lo tanto está relacionada con el equinoccio vernal.

Puesto que, según los Evangelios, la Crucifixión y la Resurrección de Jesucristo se produjeron durante la Pascua (la Ultima Cena fue precisamente un "seder" de Pascua), también el Viernes Santo y la Pascua están determinados por el equinoccio vernal (ver capítulo 11).

Los hebreos también celebraban una fiesta de Año Nuevo durante los dos primeros días del Tishri (mes que coincide aproximadamente con el equinoccio otoñal en el hemisferio norte) y ésta llegó a ser la más importante de las dos fechas. En la actualidad, los judíos la celebran con el nombre de "Rosh Hashonah" ("comienzo del año"), mejor conocido como "Año Nuevo Judío".

Hay un ejemplo muy posterior de Año Nuevo también relacionado al equinoccio otoñal, y éste tiene que ver con la Revolución Francesa. El 22 de septiembre de 1792 se abolió la monarquía francesa y se proclamó la República. Los idealistas revolucionarios pensaron que, puesto que había comenzado una nueva era la historia de la humanidad, se necesitaba crear un nuevo calendario. Proclamaron al 22 de septiembre como día de Año Nuevo e implantaron una nueva nómina de meses. El primer mes se llamó Vendimiario, de modo que el 22 de septiembre se convirtió en el 1 de vendimiario.

Durante trece años el 1 de vendimiario siguió siendo la fecha oficial del Año Nuevo para el gobierno francés, pero el calendario nunca fue aceptado fuera de Francia, ni tampoco lo aceptaron los mismos franceses. En 1806 Napoleón abandonó la lucha y reimplantó oficialmente el antiguo calendario.

Napoleón, que fue primero rebelde en Córcega, más tarde general francés, después emperador y finalmente desterrado, figura brevemente en el texto por haber sido el hombre que puso fin a la única experiencia moderna de reforma del calendario. Pero hubo otros aspectos que lo relacionaron de alguna manera con la ciencia.

En 1807, año en que sus conquistas lo llevaron hasta Polonia, expresó su sorpresa por el hecho de que jamás se hubiese erigido una estatua en honor de Copérnico, y como consecuencia se construyó una. Pero ningún sacerdote católico quiso hacerse cargo del oficio religioso durante la inauguración.

Napoleón protegió a científicos del calibre de Lagrange y Laplace, a quienes colmó de estímulos y honores. En una ocasión, cuando tenía en su poder un grupo de prisioneros de guerra ingleses, sólo aceptó liberarlos cuando a la lista de los que peticionaban en ese sentido se agregó el nombre de Edward Jenner (el descubridor de la vacuna contra la viruela).

Cuando Napoleón invadió Egipto en 1798, llevó consigo un cierto número de científicos para que investigaran la antigua civilización que allí había existido. En esa oportunidad se halló la piedra de Roseta,

con inscripciones en griego y en egipcio que permitieron descubrir la clave de los jeroglíficos egipcios, lo cual significó aumentar considerablemente nuestro conocimiento de la historia antigua. Ya como emperador, Napoleón apoyó vigorosamente a la ciencia francesa en un intento para que ésta compitiera exitosamente con la ciencia inglesa. Esto tiene semejanza con la rivalidad que existe entre norteamericanos y soviéticos un siglo y medio después.

La anécdota más conocida que relaciona a Napoleón con la ciencia tiene también que ver con el astrónomo Laplace, que publicaba por entonces los primeros volúmenes de su Mecánica Celeste, donde se completaba la obra de Newton y se describían los mecanismos del sistema solar. Napoleón hojeó el libro y señaló que en él no se mencionaba para nada a Dios. Y Laplace dijo: "No tuve necesidad de recurrir a esa hipótesis".

Además de los equinoccios, en el año solar existen dos importantes acontecimientos. Después del equinoccio vernal, el Sol del mediodía va subiendo cada vez más en el firmamento hasta alcanzar una altura máxima el 21 de junio, que es la fecha del solsticio de verano en el hemisferio norte[50], y por esa razón este día es el más largo del año.

A partir de ese momento, la altura del Sol de mediodía va declinando hasta alcanzar la posición que corresponde al equinoccio otoñal. Luego sigue descendiendo cada vez más hasta llegar a la altura mínima el día 21 de diciembre, que corresponde al solsticio de invierno en el hemisferio norte y al día más breve del año para ese hemisferio.

El solsticio de verano no tiene gran significación. El "Día del Verano" coincide aproximadamente con el solsticio de verano (en Inglaterra la fecha tradicional es el 24 de junio). Es una época para divertirse y gozar sin preocupaciones, y también para cometer locuras. El Sueño de una noche de verano de Shakespeare es un ejemplo de obra teatral que describe la alegría despreocupada que caracteriza dicha temporada, y la frase "locura de verano" debe de tener un origen semejante.

El solsticio de invierno es una cosa mucho más seria. La posición del Sol en el firmamento iba descendiendo de un día para el otro, y para una sociedad primitiva que no conocía con certeza la invariabilidad de las leyes astronómicas bien podía parecer que esa vez el Sol seguiría bajando hasta desaparecer para siempre, en cuyo caso jamás volvería la primavera y todo ser vivo habría de morir.

Por ello, a medida que la declinación del Sol se iba haciendo cada día más lenta hasta llegar a detenerse e invertirse el 21 de diciembre, había motivo para sentir un gran alivio y regocijo que con el tiempo se institucionalizaron en una gran festividad religiosa, caracterizada por el júbilo y el libertinaje.

Los ejemplos más conocidos de lo dicho lo constituyen los varios días de fiesta que celebraban los romanos en esta época del año. Las festividades estaban consagradas a Saturno (antiguo dios italiano de la agricultura) y por esa razón se denominaban "Saturnales". Era época de festejos y de regalos; y también de buenos deseos para todos, hasta tal punto que los esclavos gozaban de libertad temporaria y eran atendidos por sus propios amos. También se solía beber mucho en las fiestas saturnales. Por esa razón la palabra "saturnal" ha pasado a significar licencioso, libertino, y se aplica a aquel que se divierte de manera desenfrenada.

Es decir que hay cierta lógica en esto de comenzar el año con el solsticio de invierno que, por así decirlo, señala el nacimiento nuevo, del mismo modo que el primer cuarto creciente que se ve después del crepúsculo indica el nacimiento de una Luna nueva. Julio César debe de haber tenido presentes cosas como éstas, cuando reorganizó el antiguo calendario lunar de los romanos y lo convirtió en un calendario solar (ver capítulo 11).

De acuerdo con la tradición los romanos comenzaban su año el 15 de marzo (los "Idus de Marzo"), fecha que originariamente debía coincidir con el equinoccio vernal pero que, debido a la forma desordenada con que los romanos trataban a su calendario, con el tiempo fue perdiendo su sincronización con los equinoccios. César arregló las cosas al llevar el comienzo del año al 1 de enero, que fue a caer así cerca del solsticio invernal.

Pero esta costumbre de principiar el año en las proximidades del solsticio invernal no llegó a tener validez universal. En Inglaterra (y en sus colonias americanas) el 25 de marzo, fecha que se atribuía al equinoccio vernal, siguió siendo considerada como el día inicial del año hasta 1752. Recién entonces se adoptó como principio la fecha del 1 de enero.

El nacimiento de un Sol nuevo también se refleja en los tiempos modernos, aunque de otra manera. En los días del Imperio Romano el creciente poder del cristianismo enfrentaba la peligrosa competencia del mazdeísmo, un culto de origen persa consagrado a la adoración del Sol. El ritual estaba centrado en el carácter mitológico de Mitra, que representaba al Sol, y cuyo nacimiento se celebraba el 25 de diciembre, es

---

[50] Naturalmente el 21 de junio corresponde al solsticio de invierno en el hemisferio sur. En todos los casos el lector del hemisferio sur debe correrse en dos estaciones, entendiendo que su otoño corresponde a la primavera del hemisferio norte, su verano al invierno, etc. (N. del T)

decir cerca de la fecha del solsticio de invierno. De todos modos esa época era buena para la Celebración de fiestas, ya que los romanos estaban acostumbrados a celebrar las fiestas saturnales durante ese período del año. Pero con el tiempo los cristianos se apropiaron del trueno de Mitra al proclamar el 25 de diciembre como fecha de nacimiento Jesús (cosa que carece de fundamento bíblico), y de esa manera el período del solsticio invernal señala simultáneamente el nacimiento del Sol y del Hijo de Dios[51]. En la actualidad hay algunos moralistas (entre los cuales yo me cuento) que encuentran ciertas reminiscencias desagradables de las fiestas saturnales romanas en la celebración profana de la Navidad.

Pero además, ¿desde dónde empezamos a contar los años? No hay duda de que es conveniente numerar los años, pero ¿qué momento elegimos para iniciar esta numeración? En la Antigüedad, época en que el sentido de la historia no estaba muy desarrollado, bastaba con numerar los años a partir del ascenso al poder del rey o gobernante local. La numeración comenzaba nuevamente cada vez que se coronaba un nuevo rey. Allí donde una ciudad tenía autoridades que se renovaban anualmente, el año podía carecer de numeración, y simplemente se lo identificaba por el nombre de la autoridad de turno. Atenas daba a sus años los nombres de sus arcontes.

En aquellos puntos de la Biblia donde aparecen fechas, lo hacen de la siguiente manera. Por ejemplo, en el 2 Libro de los Reyes 16:1 dice: "En el año diecisiete de Peka, hijo de Remalias, comenzó a reinar Acaz, hijo de Jotarn rey de Judá." (Peka era el rey de Israel en ese entonces.)

Y en el Evangelio de San Lucas 2:2 se hace referencia a la fecha del nacimiento de Jesús, que se produjo cuando se realizaba un censo: "Este primer censo se hizo siendo Cirenio gobernador de Siria".

A menos que uno posea listas exactas de los reyes y los magistrados, y que sepa exactamente cuántos años se mantuvo cada uno en el poder y cómo relacionar las listas de las distintas regiones entre sí va a ser difícil asignar una fecha, y por esa misma razón tantas fechas de la Antigüedad siguen siendo inciertas, lo que incluye (según lo voy a explicar a renglón seguido) a una fecha de tanta importancia como la del nacimiento de Jesús.

Un sistema mucho mejor consistiría en escoger alguna fecha importante del pasado (preferiblemente una lo bastante remota para no tener que habérselas con años de numeración negativa, que serían los correspondientes a fechas anteriores a ese instante) y luego numerar los años progresivamente sin detenerse jamás.

Los griegos empleaban los Juegos Olímpicos para este propósito. Los Juegos se celebraban cada cuatro años, y por eso un ciclo de cuatro años recibía el nombre de "Olimpíada". Las Olimpíadas estaban numeradas en orden sucesivo y los años se denominaban: primero, segundo, tercero o cuarto año de tal Olimpíada.

Pero esto es innecesariamente complicado y después de Alejandro Magno se implantó algo bastante mejor en el mundo helénico. Los generales de Alejandro se disputaban el dominio del Oriente y uno de ellos, llamado Seleuco, derrotó a otro en Gaza. A raíz de esta victoria Seleuco afirmó su dominio sobre una vasta región del Asia. Decidió numerar los años a partir de esa batalla que había tenido lugar en el primer año de la 117ª Olimpíada. Ese año se convirtió en el 1 de la "Era Seléucida", y los años posteriores se numeraron sucesivamente 2, 3, 4,5, etc. Como se ve, nada de complicaciones.

La Era Seléucida tuvo una importancia poco común porque Seleuco y sus descendientes gobernaron en la región de Judea, que por lo tanto adoptó el sistema. Aun después de que los judíos se hubieron liberado de la dominación seléucida —cosa que lograron bajo la conducción de los macabeos— siguieron utilizando la Era Seléucida para indicar las fechas de las operaciones comerciales que efectuaban a todo lo largo y lo ancho del mundo antiguo. Estos registros comerciales pueden vincularse con las diversas denominaciones locales de los años, y de esa manera se pueden sincronizar con precisión muchos de los sistemas utilizados.

El más importante de estos sistemas en la Antigüedad fue el de la "Era Romana". Este comenzó con el año en que Roma fue fundada. De acuerdo con la tradición ello ocurrió durante el cuarto año de la Sexta Olimpíada, que pasó a denominarse 1 A.U.C. (La abreviatura "A.U.C." significa "Anno Urbis Conditae", es decir "Año de la Fundación de la Ciudad".)

En la Era Romana, la famosa batalla de Zama, en la que se derrotó definitivamente a Aníbal, se libró en el 553 A.U.C., mientras que Julio César fue asesinado en el 710 A.U.C. Este sistema se fue extendiendo gradualmente a medida que Roma fue adquiriendo la supremacía, y perduró hasta la baja Edad Media.

Los primeros cristianos, ansiosos por demostrar que los registros bíblicos superaban en antigüedad a los de Grecia y Roma, lucharon para que los años se numeraran a partir de una fecha anterior a la fundación de Roma y al comienzo de los Juegos Olímpicos. Eusebio de Cesárea, un historiador de la Iglesia que vivió hacia el 1050 A.U.C. calculó que el patriarca Abraham había nacido 1263 años antes de la fundación de Roma. En consecuencia adoptó esa fecha como Año 1, de modo que el 1050 A.U.C. se convirtió en el 2313 de la Era de Abraham.

[51] Aquí el autor hace un juego de palabras al referirse al nacimiento del "Sun" (Sol) y del "Son" (Hijo), pues ambas palabras tienen casi la misma pronunciación en inglés. (N. del T.)

Después de la aceptación cabal de la Biblia como el Libro por excelencia del mundo occidental se llevaron las cosas hasta el extremo de numerar los años a partir de la creación del mundo. Los judíos de la Edad Media calcularon que la creación del mundo se había producido 3007 años antes de la fundación de Roma mientras que distintos calculistas cristianos eligieron fechas que variaban desde 3251 hasta 4755 años antes de la fundación de Roma. Estas se denominaron "Eras de la Creación del Mundo". La Era de la Creación del Mundo que adoptaron los judíos se sigue empleando en la actualidad en el calendario hebreo, de modo que el año judío 5725 comenzó en septiembre de 1964.

Las Eras de la Creación del Mundo tienen un factor importante a su favor. Comienzan lo bastante temprano como para que haya verdaderamente muy pocas fechas de la historia documentada que requieran la asignación de números negativos. Esto no vale para la Era Romana, por ejemplo. La creación de los Juego-Olímpicos, la Guerra de Troya, el reino de David, la Construcción de la Pirámide, fueron sucesos que ocurrieron antes de la fundación de Roma, y por lo tanto se les debería asignar años de numeración negativa.

Por supuesto que a los romanos no les importaba, porque los historiadores antiguos no se preocupaban mucho por la cronología, pero los historiadores modernos sí lo hacen. En realidad la situación de los historiadores modernos es peor todavía que si se hubiera conservado la Era Romana.

Hacia el 1288 A.U.C. un monje sirio llamado Dionisio Exiguo trabajando sobre la base de datos bíblicos y de registros seculares calculó que Jesús debió de haber nacido en el 754 A.U.C. Esta fecha pareció adecuada para emplearla como referencia para numerar los años, y así fue como la idea se impuso en tiempos de Carlomagno (dos siglos y medio después de Dionisio).

En el texto se menciona a Carlomagno como responsable por la adopción oficial de la era cristiana actual, que sigue usándose hasta hoy día en casi todo el mundo para numerar los años.

Fue bajo el reinado de Carlomagno, nacido en Aquisgrán, Alemania, hacia 742, cuando el Imperio de los Francos alcanzó su apogeo. Dominó tierras que actualmente ocupan Francia, Bélgica, los Países Bajos, Suiza, la mayor parte de Alemania, la mayor parte de Italia e incluso parte de España. Restauró el Imperio Romano de Occidente (hasta cierto punto) y en el año 800 fue proclamado emperador, iniciando así una tradición que habría de durar muy poco más de mil años para terminar en 1806 como consecuencia de las conquistas de Napoleón en Alemania. La importancia de Carlomagno en la historia de la ciencia se basa en que en la plenitud del período conocido como la Edad Oscura, dio lo mejor de sí para que volviera la luz. El mismo era analfabeto, como lo eran casi todos, a excepción de los clérigos. Pero en su edad adulta logró aprender a leer, aunque nunca pudo conseguir que sus dedos aprendieran a trazar los signos necesarios para escribir.

También reconoció la importancia de la educación, y en el 789 inició la apertura de escuelas donde se podían adquirir los rudimentos de La matemática, la gramática y la religión, y puso esta tarea bajo la conducción de un sabio inglés llamado Alcuino. El resultado de los esfuerzos de Carlomagno recibe a veces el nombre de "Renacimiento carolingio". Se trató de un esfuerzo noble pero débil, que no logró sobrevivir al propio emperador. Este murió en Aquisgrán el 28 de enero de 814 y le sucedió en el trono su hijo mucho menos talentoso Ludovico, a menudo apodado "el Pío" por haberse entregado por completo a los designios del clero, perdiendo el control de su familia y de la nobleza. La llegada del terror normando completó la desintegración de aquel malogrado renacimiento.

El año 754 A.U.C. se convirtió en el 1 A.D. (que son las iniciales de Anno Domini, que significa "Año del Señor"). De acuerdo con esta nueva Era Cristiana la fundación de Roma se produjo en el 753 a. C. ("antes de Cristo"). El primer año de la primera Olimpíada fue el 776 a. C., el primer año de la Era Seléucida fue el 312 a. C., etcétera.

Este es el sistema que se emplea en la actualidad, lo que implica que todas las fechas de la historia antigua, desde los sumerios hasta Augusto, deben indicarse empleando números negativos, y debemos recordar para siempre que César fue asesinado en el 44 a. C. y que el año siguiente fue el 43 a. C. y no el 45 a. C.

Lo que es peor es que Dionisio se equivocó en sus cálculos. En el Evangelio de San Mateo 2:1 se afirma claramente que "...Jesús nació en Belén de Judea en días del rey Herodes". Este rey Herodes es el así llamado Herodes el Grande, que nació hacia el 681 A.U.C. y fue coronado rey de Judea por Marco Antonio en el 714 A.U.C. Murió en el 750 A.U.C. (y esto se sabe con la misma certeza que se puede atribuir a cualquier fecha de la Antigüedad), y por lo tanto Jesús no puede haber nacido después del año 750 A.U.C.

Pero según el sistema de Dionisio Exiguo el 750 A.U.C. es el 4 a. C, y por esa razón siempre que uno se fija en una lista de fechas se encuentra con que Jesús nació en el año 4 a. C. es decir ¡cuatro años antes del nacimiento de Cristo!

A decir verdad no hay ninguna razón para estar seguros de que Jesús haya nacido el mismo año en que murió Herodes. En el Evangelio de San Mateo 2:16 se dice que Herodes, en un intento por matar a Jesús, "mandó matar a todos los niños menores de dos años que había en Belén y en todos sus

alrededores". Este versículo puede interpretarse como una indicación de que Jesucristo pudo tener no menos de dos años cuando Herodes todavía vivía, y por lo mismo pudo haber nacido en el año 6 a. C. Incluso hay estimaciones que ubican el nacimiento de Jesús en el año 17 a.C.

Todo lo cual me obliga a reconocer con tristeza que si bien es cierto que me gusta comenzar por el principio, no siempre puedo estar seguro de dónde está el principio.

Parte 5 Los Números y la biología

13

Ese es su tamaño aproximado...

Por más que repitamos que la calidad es lo que cuenta, siempre nos dejaremos impresionar por el tamaño. En cualquier zoológico las dos especies de animales más populares son los monos y los elefantes, los primeros por su inquietante parecido con respecto a nosotros y los últimos simplemente porque son enormes. De los monos nos reímos, pero ante el elefante permanecemos quietos y en silencio. E incluso entre los monos, si pusiéramos a Gargantúa en una jaula éste daría que hablar a todos los demás primates de la zona. A decir verdad, una vez lo hizo.

Esta manía por lo grande hace que naturalmente el ser humano se sienta pequeño y hasta diminuto. Por ello el hecho de haber alcanzado la humanidad una posición de dominio sin igual sobre nuestro planeta se presenta muy a menudo como una leyenda épica al estilo de la de David y Goliat, donde nosotros jugamos el papel de David.

Y sin embargo esta imagen que solemos atribuirnos no es muy exacta, como podemos ver si analizamos los datos correctamente.

Comencemos por analizar la porción superior de la escala. Acabo de mencionar al elefante como ejemplo de animal de gran tamaño, con lo cual he apelado a una frase gastada. Decir "grande como un elefante" no es más que recurrir a un lugar común.

Pero por supuesto que el elefante no posee ningún récord absoluto. Como no lo posee ningún animal terrestre. En tierra firme los animales deben vencer la aceleración de la gravedad sin ninguna ayuda. Aunque nos olvidemos del problema de levantar el cuerpo varios metros por encima del suelo y de moverlo con mayor o menor rapidez, esta lucha contra la gravedad impone serias limitaciones al tamaño. Si nos imaginamos a un animal que permanece tirado en el suelo y que se pasa la vida tan inmóvil como una ostra, cada vez que respire este animal tendrá que desplazar sus masas de tejido en forma vertical. Una ballena encallada se muere por diversas razones, una de las cuales consiste en que su propio peso le aplasta los pulmones lentamente hasta matarla.

Pero en el agua la fuerza denominada empuje anula el efecto de la gravedad, haciendo que una masa que en tierra puede significar la muerte por compresión, en el agua sea sostenida sin dificultad.

Por esa razón, las criaturas de mayor tamaño de toda la Tierra, tanto en el presente como en el pasado, deben buscarse entre las ballenas. Y la especie de ballena que retiene el récord es la ballena azul, que también se conoce como "ballena de vientre amarillo". Se ha registrado un ejemplar de este gigante entre gigantes cuya longitud era de 33 metros y cuyo peso alcanzaba las 120 toneladas métricas.

Ya sabemos que la ballena azul es un mamífero, lo mismo que nosotros. Si queremos saber qué lugar ocupamos entre los mamíferos en lo que a tamaño se refiere tenemos que ver qué hay en el otro extremo.

Los mamíferos más pequeños son los musgaños o musarañas, criaturas que a primera vista se parecen al ratón, pero que no son ni ratones ni siquiera roedores. En realidad son insectívoros, y por cierto que están más relacionados con nosotros que con los ratones. La más pequeña de las musarañas adultas pesa 1,5 gramo como mínimo.

Entre estos dos extremos de mamíferos se extiende una compacta legión de animales. Por debajo de la ballena azul están las otras especies más pequeñas de ballenas., y luego siguen criaturas como los elefantes, las morsas, los hipopótamos, sin olvidarnos de los ciervos, los osos, bisontes, caballos, leones, lobos, castores, conejos, ratas, ratones y musarañas. En esta larga lista que va desde la más grande de las ballenas a la más pequeña de las musarañas ¿dónde se ubica el hombre?

Para evitarnos complicaciones, y también debido a que mi peso alcanza al número lindo y redondo de noventa kilos, me voy a tomar a mí mismo como ejemplo.

Así las cosas, podremos considerar al hombre ya como gigante o bien como pigmeo, según el marco de referencia que adoptemos. En comparación con la musaraña no cabe duda de que es un gigante, ni de que es un pigmeo si lo comparamos con la ballena. ¿Qué punto de vista habremos de elegir?

En primer lugar, como no es sencillo comparar toneladas americanas, libras y onzas, reduciremos todos los pesos a una unidad común. Para evitar las fracciones (al menos al principio) elegiremos al gramo como la unidad común. (Para los lectores norteamericanos digamos que una onza equivale a cerca de 28,35 gramos, una libra es igual a unos 453,6 gramos y una tonelada común equivale a cerca de 907.000 gramos.)

Nuestro peso supera en decenas de miles de gramos al de la musaraña, pero una ballena tiene decenas de millones de gramos más que un hombre, lo cual podría reforzar la idea de que somos mucho más pigmeos que gigantes y que tenemos todo el derecho a conservar esa imagen de David contra Goliat.

Pero el sentido común y la capacidad de juicio de los hombres no sólo analizan las diferencias empleando la resta; también lo hacen utilizando la división. La diferencia entre una pesa de dos kilos y otra de seis kilos nos parece mayor que la que existe entre una pesa de seis kilos y otra de doce kilos, aun cuando en el primer caso la diferencia sólo llega a los cuatro kilos, mientras que en el segundo alcanza a los seis. Parece que lo que importa es que seis dividido por dos da tres, mientras que doce dividido por seis no da más que dos. Lo que buscamos es un cociente, y no una diferencia.

Hay que reconocer que esto de dividir es bastante fastidioso. Cualquier niño de cuarto grado (y muchos adultos también) podrá decir que la división es un tema de matemática avanzada. De modo que sería agradable obtener los cocientes sin hacer otra cosa más que restar. Para lograrlo no tomemos los números, sino sus logaritmos. Por ejemplo, los logaritmos comunes están construidos de tal manera que 1 es el logaritmo de 10,2 es el logaritmo de 100,3 es el logaritmo de 1000, etcétera.

Si usamos los números directamente indicaremos la igualdad de los cocientes diciendo que 1000/100 es igual a 100/10, como se ve al dividir. Pero si empleamos los logaritmos, podremos indicar la misma igualdad entre los cocientes diciendo que 3 menos 2 es igual a 2 menos 1, empleando así nada más que restas.

También podemos ver que 1000/316 es aproximadamente igual a 316/100 (verifíquelo). Como el logaritmo de 1000 vale 3 y el logaritmo de 100 vale 2, podemos decir que el logaritmo de 316 es igual a 2,5 después de lo cual, empleando logaritmos, podemos expresar la igualdad de los cocientes diciendo que 3 menos 2,5 es igual a 2,5 menos 2.

De esta manera daremos los extremos de peso de los mamíferos empleando el logaritmo del número de gramos. Los 120.000.000 de gramos de la ballena azul se pueden representar en forma logarítmica como 8,08, en tanto que los 1,5 gramo de la musaraña equivalen a 0,18. Al hombre de 90.000 gramos le corresponde el 4,95.

Como se puede apreciar el hombre y la musaraña están separados por 4,8 unidades logarítmicas, pero la separación que hay entre el hombre y la más grande de las ballenas sólo se aproxima a las 3,1 unidades logarítmicas. Es decir que somos mucho más gigantes que enanos.

Por si acaso usted piensa que todo esto no es otra cosa que puro palabrerío matemático y que estoy exagerando las cosas, le diré que todo lo anterior equivale simplemente a esto: Un hombre pesa 45.000 veces más que una musaraña, mientras que una ballena azul sólo pesa 1.300 veces más que un hombre. O sea que a una musaraña le habremos de parecer mucho más grandes que lo que nos parece a nosotros una ballena.

En realidad, la masa que se encuentra justamente a mitad de camino entre la musaraña y la ballena debe tener un logaritmo igual al promedio aritmético de 0,18 y 8,08, o sea 4,13. Este logaritmo representa una masa de 13.500 gramos, o sea trece kilos y medio. Según este razonamiento un mamífero de tamaño mediano deberá tener las dimensiones aproximadas de un niño de cuatro años, o las de un perro de peso razonable.

También puede decirse que dividir a los animales en sólo dos grupos —gigantes y enanos— es demasiado ingenuo. ¿Por qué no dividirlos en tres grupos: enanos, medianos y gigantes? Repartiendo la escala logarítmica en tres partes iguales, los pigmeos ocuparían la parte que va desde 0,18 hasta 2,81, los medianos irían desde 2,81 hasta 5,44 y los gigantes desde 5,44 hasta 8,08.

Traducido a las unidades comunes esto quiere decir que todo animal que pese menos de 700 gramos será un pigmeo, mientras que todo animal que pese más de 250 kilos será un gigante. Según esta línea de razonamiento todos los animales intermedios, incluyendo al hombre, tendrán tamaño mediano. Debo reconocer que esto parece bastante razonable y es una manera aceptable de demostrar que el hombre, si bien no es un pigmeo, tampoco es un gigante.

Pero si vamos a ser honestos, seámoslo en todo sentido. El tema de David y Goliat aparece aquí cuando nos referimos a la conquista de este planeta por el hombre: es la victoria de la inteligencia sobre el músculo. Pero en ese caso, ¿por qué considerar a la ballena como ejemplo del uso de la fuerza bruta? El hombre primitivo nunca peleó contra las ballenas. Las ballenas estaban en el mar y los hombres en la tierra. Nuestra lucha se libró solamente contra las criaturas terrestres, así que para determinar un límite superior pasemos a analizar los mamíferos terrestres.

El más grande de los mamíferos terrestres que jamás existió no existe en la actualidad. Era el beluchiterio, un gigantesco rinoceronte hoy extinto que medía cinco metros y medio a la altura de los hombros y que debe de haber pesado unas dieciocho toneladas.

Como usted habrá notado el beluchiterio (que significa "bestia del Beluchi", porque sus restos fósiles fueron hallados en el Beluchistán) tiene un peso un séptimo menor que el de una ballena azul. El valor logarítmico del peso del beluchiterio en gramos equivale a 7,26.

(En lo que sigue voy a dar los pesos en unidades comunes y a continuación voy a dar su valor logarítmico entre paréntesis. Les ruego que no olviden que en cada caso este valor representa el logaritmo del peso en gramos.)

Por cierto que el beluchiterio se había extinguido mucho antes de la aparición del hombre, de modo que éste tampoco tuvo que competir con aquél. Para que nuestra comparación tenga sentido, debemos comparar al hombre con las criaturas que coexistieron con él representando adversarios potenciales. Los mamíferos terrestres más grandes que coexistieron con el hombre son los distintos elefantes. El más grande de los elefantes africanos vivientes puede alcanzar un peso total de 10 toneladas métricas (7). Sin duda es posible que el hombre haya tenido que vérselas con especies de elefantes todavía mayores que ya se han extinguido. El elefante más grande que jamás existió no pudo haber pesado más de 18 toneladas (7,26).

(De paso notemos que un elefante pesa cerca de dos veces menos que un beluchiterio y tiene solamente el 5 por ciento del peso de una ballena azul. Más aún, un elefante completamente desarrollado de la especie más grande que existe, pesa apenas lo mismo que una ballena azul recién nacida.)

La conexión más encantadora entre el hombre y el elefante tuvo lugar en la Antigüedad, cuando el elefante era empleado en la guerra como el equivalente vivo del tanque moderno. Podía trasportar varios hombres junto con numerosas armas de asalto. Podía causar daño por su propia cuenta empleando el tronco, los colmillos y las patas. Pero ante todo representaba un arma psicológica terrorífica para las fuerzas enemigas, a las que les resultaba muy difícil enfrentar a estos animales gigantescos. Las desventajas más notorias del empleo de los elefantes se basan en el hecho de que estos animales son lo bastante inteligentes como para huir ante la presencia de un enemigo aplastantemente superior, y en su pánico (especialmente cuando están heridos) pueden resultar más dañinos para las propias fuerzas que para el enemigo.

El Occidente tuvo su primer contacto con los elefantes en el año 326 a. C. cuando Alejandro Magno derrotó a Poro, rey del Punjab, a pesar de que éste utilizó doscientos elefantes. Durante el siglo siguiente los monarcas que sucedieron a Alejandro emplearon elefantes.

Generalmente sólo uno de los dos contendientes contaba con elefantes, pero en la batalla de Ipso, que tuvo lugar en el año 301 a. C. entre los generales rivales del ejército que había dejado Alejandro, hubo elefantes en ambos lados, cerca de trescientos en total. A veces se usaban elefantes africanos, aunque los elefantes asiáticos eran los más comunes. Pero los elefantes africanos provenían en aquella época del Norte de África y eran más pequeños que los elefantes asiáticos. En la actualidad, la variedad nordafricana se encuentra extinguida y cuando hablamos de los elefantes africanos nos referimos a los del África Oriental, que son los gigantes de la especie y los mayores mamíferos terrestres vivientes.

El general griego Pirro llevó los elefantes al Sur de Italia en el año 280 a. C. para enfrentar a los romanos pero éstos, aunque aterrorizados por las bestias, igualmente pelearon con gran resolución. La última batalla de elefantes fue la de Zama, en la cual los elefantes de Aníbal no lograron que éste derrotara a los romanos.

Pero no he terminado. Los competidores directos del hombre en su lucha con las otras especies por la dominación del mundo fueron los demás carnívoros. El elefante es herbívoro. Puede aplastar a un hombre hasta matarlo por accidente, o intencionalmente si se lo enfurece, pero en ningún otro caso existe razón para suponer que pueda causar daño al hombre. Este no constituye alimento para el elefante.

Pero el hombre sí representa un plato apetecible para un tigre dientes de sable el cual, si tiene hambre suficiente, no vacilará en cazar, matar y comerse a un hombre que a lo mejor sólo intenta alejarse de la fiera. En este caso sí que se puede hablar de rivalidad.

Pero sucede que los animales más grandes son casi invariablemente herbívoros. Es que las calorías de origen vegetal son más abundantes que las de origen animal, por lo cual en general un régimen alimentario de base vegetal permite alimentar a los animales más grandes mucho mejor que un régimen basado en la carne. (Lo que no impide que algunos carnívoros sean mucho más grandes que ciertos herbívoros.)

No cabe duda de que, estrictamente hablando, el animal más grande que existe, la ballena azul, es un carnívoro. Pero la verdad es que vive a costa de animales pequeñísimos que logra colar a partir del agua de mar, lo que no difiere esencialmente del pacer de los herbívoros. La ballena no es un carnívoro clásico, de los que tienen dientes que hacen ¡chac!

El mayor carnívoro real que jamás ha existido a lo largo de la historia de la Tierra es el cachalote (Moby Dick pertenecía a esta especie[52]). Un cachalote adulto, que tiene una boca grande y un precioso juego de dientes en su mandíbula inferior, puede pesar hasta sesenta y siete toneladas (7,83).

Pero debo repetir que jamás nos enfrentamos con las criaturas del mar. El mayor carnívoro terrestre que existe entre los mamíferos es el gran oso de Alaska (también llamado oso de la isla de Kodiak), que

[52] La denominación inglesa del cachalote es "sperm whale" que significa literalmente "ballena de esperma", pues esta sustancia se extrae de la cabeza del cachalote. La idea de que Moby Dick es una ballena tiene su origen en una traducción literal incorrecta. (N. del T.)

algunas veces puede llegar a pesar 750 kilogramos (5,87). Yo no tengo conocimiento de que entre los mamíferos terrestres ya extinguidos haya existido ningún carnívoro de mayor tamaño.

Si ahora nos fijamos en el otro extremo de la escala, el de los animales pequeños, aquí no hay discusión posible. La musaraña es un mamífero terrestre carnívoro y, que yo sepa, es el mamífero más pequeño que jamás haya existido. Tal vez sea el mamífero más pequeño que pueda llegar a existir. A medida que uno examina mamíferos de tamaño cada vez más pequeño se observa que el ritmo de su metabolismo va en aumento, debido a que al disminuir el tamaño crece la relación entre la superficie y el volumen. Algunos animales pequeños pueden compensar este aumento (como lo hacen) dejando que el ritmo de su metabolismo decaiga, sin preocuparse por las consecuencias, pero los animales de sangre caliente no pueden permitir que esto suceda. Deben mantener su temperatura elevada, y para que eso ocurra deben acelerar su metabolismo (exceptuando los períodos temporarios de hibernación).

Un animal de sangre caliente del tamaño de la musaraña tiene que comer casi constantemente para seguir funcionando. Una musaraña se muere de hambre si tiene que pasar un par de horas sin comer; siempre tiene hambre y por lo tanto es un animal maligno y de muy mal genio. Jamás se ha visto ni se verá una musaraña gorda. (Y, por si acaso alguien desea enviar una foto de la esposa del vecino para refutar lo que acabo de decir, le ruego que no lo haga.)[53]

Tomemos ahora la escala de los mamíferos carnívoros terrestres y dividámosla en tres partes. Desde 0,18 hasta 2,08 están los pigmeos, desde 2,08 hasta 3,98, los medianos y de 3,98 a 5,87, los gigantes. Si lo expresamos mediante unidades normales esto significa que todo animal que pese menos de 120 gramos se considera como pigmeo, todo aquel que esté comprendido entre los 120 gramos y 9,5 kilos es mediano y los que superen, los 9,5 kilos son gigantes.

Quiere decir que entre los mamíferos carnívoros terrestres que han vivido en la era en que al hombre le tocó luchar, primero para sobrevivir y después para dominar, el hombre es un animal gigante. O sea que en la lucha entre los David y los Goliat, la victoria fue para un Goliat.

Por cierto que el hecho de referirme solamente a los mamíferos puede despertar sospechas. Uno puede pensar que tal vez el hombre sólo sea un gigante entre los mamíferos, pero que al ampliar el horizonte no es nada más que un pigmeo después de todo.

Pues bien, no es así. Es un hecho que los mamíferos en general pueden considerarse como gigantes entre las especies animales. De los otros animales, solamente una clase puede competir (en tierra firme) con los mamíferos de gran tamaño, y son los reptiles monstruosos de la era mesozoica, ese enorme grupo de animales al que solemos asignar el nombre de "dinosaurios". Los dinosaurios más grandes tenían casi la misma longitud que las ballenas más grandes, pero de toda esa longitud la mayor parte se componía de una cola y un cuello muy delgados, y por lo tanto su peso no se puede comparar con el de las ballenas. El más pesado de los grandes dinosaurios, el braquiosaurio, probablemente llegó a pesar unas 68 toneladas (7,83). Esto equivale al tamaño del cachalote, lo que significa sólo tres quintos del tamaño de la ballena azul. Y, como era de esperar, las especies más grandes de dinosaurios eran herbívoras.

Los dinosaurios carnívoros de mayor tamaño eran los alosaurios, algunos de los cuales pueden haber pesado hasta 18 toneladas (7,26). O sea que un alosaurio puede haber pesado más o menos lo mismo que un beluchiterio, el doble del peso del más grande de los elefantes y veinticuatro veces más que el pobre osito de Kodiak.

Más allá de toda duda los alosaurios han sido los más grandes y terribles carnívoros terrestres que jamás existieron. Pero tanto ellos como todos los demás miembros de su tribu ya habían desaparecido de la superficie de la Tierra varios millones de años antes de que el hombre apareciera en escena.

Si nos limitamos a considerar los reptiles que convivieron con el hombre, la mayor especie parece estar constituida por ciertos cocodrilos gigantes del Sudeste de Asia. Lamentablemente, los informes que se refieren al tamaño de estos animales siempre tienden a insistir en la longitud y no en el peso (esto es todavía más cierto cuando se habla de las serpientes); se dice que algunos miden cerca de nueve metros de longitud. Yo estimo que semejantes monstruos pueden llegar a pesar mil ochocientos kilogramos (6,25) como máximo.

Para el grupo de reptiles vivientes que sigue a los anteriores en tamaño, las tortugas, puedo darles valores más precisos. La tortuga más grande que se ha visto fue un ejemplar marino que pesaba 850 kilos (5,93), es decir menos de una tonelada.

Por cierto que ninguno de estos animales es terrestre. La tortuga gigante es un animal definitivamente marino, en tanto que los cocodrilos son animales de río. A pesar de ello, en lo que respecta a los cocodrilos me inclino a no excluirlos de la lista de los competidores del hombre. Las civilizaciones primitivas se desarrollaron cerca de los cursos de ríos tropicales o subtropicales y, por ejemplo, ¿quién no conoce la amenaza que representan los cocodrilos del Nilo? Y por cierto que es un animal peligroso que tiene una

[53] El término inglés shrew, además de "musaraña", significa "arpía", "mujer regañona". (N. del T.)

boca y unos dientes capaces de asustar a cualquiera. (¿En qué película de la selva dejaremos de ver los siniestros deslizamientos del cocodrilo y su enorme bocaza?)

Los cocodrilos son más pequeños que los mamíferos terrestres más grandes, pero seguramente el ejemplar más grande de esta especie de reptiles supera en peso al oso de Kodiak. No obstante, aunque impongamos un nuevo límite superior de 5,93 a los carnívoros "terrestres", no por ello el hombre dejará de contarse entre los gigantes.

Si pasamos a considerar los reptiles que son verdaderamente terrestres, su inferioridad en tamaño con respecto a los mamíferos se hace evidente. El reptil terrestre más grande que se conoce es el galápago, un quelonio parecido a la tortuga de carey que puede pesar hasta doscientos sesenta kilos (5,42). La más grande de las serpientes es la pitón reticulada, cuya longitud máxima puede llegar a los diez metros. Aquí tampoco disponemos de datos sobre el peso, y todas las expresiones de admiración al respecto tienen que ver con la longitud. Pero no me imagino, dada esa longitud, que su peso supere los 210 kilos (5,32). Por último, el mayor de los saurios vivientes es el varano o dragón de Komodo, que alcanza una longitud máxima de tres metros y medio y un peso de 110 kilos (5,05).

Los peces hacen muy buen papel en este sentido. El mayor de todos los peces, ya sean vivientes o extinguidos, es el tiburón gigante. Se supone que los ejemplares más grandes de esta especie son tan grandes y pesados como la ballena azul, aunque tal vez una estimación más realista del peso máximo corresponda a cuarenta y una toneladas métricas (7,61). Igual que las ballenas, estos tiburones se comportan como inofensivos coladores de agua de mar. El mayor de los tiburones carnívoros es el tiburón blanco, que puede alcanzar una longitud de diez metros y un peso de once toneladas (7,03).

Entre los peces de huesos grandes, los mayores (como el atún, el pez espada, la rueda y el esturión) pueden llegar a pesar hasta mil trescientos kilos (6,13). Pero por supuesto que todos los peces son animales acuáticos y no representan competidores dilectos para los hombres, siempre que no se ocupen de tareas tan especializadas como la búsqueda de perlas.

Como usted se puede imaginar, las aves hacen un papel muy pobre. Uno no puede pesar mucho y llegar a volar.. Esto quiere decir que para que un ave pueda competir en peso con el hombre, no debe poder volar. El ave más pesada que jamás existió fue el aepyornis de Madagascar (también denominada pájaro elefante), que tenía una altura de tres metros y posiblemente pesaba unos cuatrocientos cincuenta kilos (5,66). Las moas más grandes de Nueva Zelanda eran todavía más altas (tres metros y medio) pero su constitución era más liviana y no llegaban a pesar más de doscientos treinta kilos (5,36). Para comparar digamos que la más grande de las aves vivientes, el avestruz —que tampoco vuela—, alcanza un peso máximo de ciento sesenta kilos (5,20).

Cuando llegamos a las aves voladoras el peso respectivo baja violentamente. El albatros es la que tiene la máxima envergadura, pues sus alas alcanzan a medir tres metros y medio de punta a punta, pero las alas no pesan mucho y probablemente la más pesada de las aves voladoras no ha de pesar más de veinte kilos (4,26). Incluso el pteranodonte, que fue el más grande de los reptiles voladores ya extinguidos y que tenía la envergadura de siete metros y medio, estaba casi totalmente constituido por alas y tenía un cuerpo muy pequeño, por lo que es muy probable que pesara menos que un albatros[54].

Para completar las clases de los vertebrados diremos que los batracios más grandes son las salamandras gigantes del Japón, que llegan a tener hasta un metro y medio de longitud y pueden alcanzar un peso de cuarenta kilos (4,60).

Si miramos en sentido inverso vemos que el ave más pequeña, el pájaro mosca, que es un colibrí de Cuba, pesa cerca de dos gramos (0,30). (Lo mismo que las musarañas, los colibríes tienen que pasarse la vida comiendo casi todo el tiempo, y mueren de hambre con facilidad.)

Los colibríes representan lo más parecido a los insectos entre los animales de sangre caliente. Si fuesen más pequeños, su capacidad para producir calor mediante la acción metabólica no podría compensar las pérdidas de calor a través de la superficie.

El mayor de los colibríes, el picaflor gigante, tiene un peso de aproximadamente 20 gramos, o sea bastante menos que un gorrión mediano; y la especie más pequeña sólo alcanza a la décima parte de ese tamaño. El nombre del más pequeño, el pájaro mosca, da una idea de su parecido con los insectos. Se alimenta del néctar de las flores y puede permanecer suspendido en el aire para después lanzarse repentinamente en cualquier dirección como si fuera una libélula de tamaño desmesurado.

Los huevos que pone el colibrí son más pequeños que los de cualquier otra ave. Harían falta 125 de ellos para reunir el peso de un huevo de gallina, y cerca de 18.000 para igualar en peso al más grande de todos los huevos, el del aepyornis, un ave gigantesca ya extinguida. Pero aun así, si los comparamos con el tamaño del mismo colibrí, los huevos son muy grandes. Los dos huevos que suele poner la madre pueden alcanzar la décima parte de su propio peso. (Pero esto no representa un récord. Un ave corredora de Nueva Zelanda, el kiwi, pone un huevo cuyo peso es la cuarta parte del peso de la misma ave, y la verdad es que siempre será un misterio para mí saber cómo lo logra sin estropearse totalmente.)

[54] En 1975 se descubrieron los restos fósiles de un reptil volador mucho más grande que el pteranodonte. Sospecho que puede haber pesado unos veintitrés kilos. (N. del A.)

El colibrí es el consumidor de energía más extravagante de todos los organismos vivos. Consume cerca de 10,3 kilocalorías en un período de veinticuatro horas, lo que representa cerca de 5 kilocalorías por gramo. En ese mismo período, el ser humano puede gastar 2.500 kilocalorías, pero eso representa tan sólo unas 0,035 por gramo. En relación con el peso respectivo los colibríes gastan cerca de 150 veces más energía que nosotros. Pero durante la noche el colibrí entra en una especie de letargo y tanto la temperatura del cuerpo como el ritmo metabólico descienden considerablemente. La musaraña, que en el texto comparte los honores por su pequeñez entre los animales de sangre caliente, posee un ritmo metabólico levemente menor, pero es tan activa de noche como de día, y jamás se la ve aletargada.

Los vertebrados de sangre fría pueden tener tamaños más pequeños que los mamíferos y las aves de sangre caliente, puesto que tener sangre fría significa que la temperatura del cuerpo puede descender hasta ser igual a la temperatura ambiente y, en consecuencia, el metabolismo puede bajar hasta niveles más prácticos. Los más pequeños vertebrados que existen son, por lo tanto, ciertas especies de peces. En las islas Filipinas hay un pez del grupo de los gobios que alcanza una longitud de sólo un centímetro al completar su desarrollo. Dicho pez pesa 1/50 de gramo (-2,70), con lo cual, como podrán notar, tenemos que recurrir a logaritmos negativos.

¿Qué podemos decir de los invertebrados?

Como los invertebrados no tienen un esqueleto interno que les permita ensamblar los tejidos, no es de esperar que puedan alcanzar los tamaños de los vertebrados. Solamente en el agua, donde puede ayudarlos la fuerza de empuje, pueden llegar a destacarse por su tamaño.

Los invertebrados más grandes que existen pertenecen al tipo de los moluscos. Se ha llegado a medir calamares gigantes de hasta diecisiete metros de longitud real, y se presume que los hay de hasta 30 metros de largo. Aun así, tales longitudes son engañosas, porque la mayor parte del largo proviene de los tentáculos, que son relativamente livianos. El peso total de estos animales muy probablemente no supera los mil ochocientos kilogramos (6,26).

Otro tipo de molusco, la almeja gigante, puede alcanzar un peso de trescientos diez kilos (5,50), formado en su mayor parte por el tejido muerto de la concha. El artrópodo más grande que se ha visto fue una langosta de mar que pesaba quince kilos y medio (4,19).

En lo que respecta a los invertebrados terrestres, su peso es despreciable. Los cangrejos y los caracoles terrestres de mayor tamaño apenas si pueden compararse por su peso con los mamíferos más pequeños. Lo mismo puede decirse de los invertebrados terrestres más importantes y afortunados que existen: los insectos. El insecto más voluminoso es el escarabajo gigante, que puede tener hasta doce o quince centímetros de longitud, y puede llegar a pesar hasta cerca de 100 gramos (2,00).

Y los insectos, cuyo peso máximo apenas sobrepasa el mínimo de la escala de los mamíferos, abundan cada vez más a medida que vamos descendiendo a los niveles de los animales más livianos. En el fondo de la escala hay un caso sorprendente, pues existen unos coleópteros pequeños denominados "moscas duendes" que tienen tan sólo dos décimas de milímetro de longitud, en los ejemplares adultos. Estos animalitos no pueden pesar más que 0.0000005 gramo (-5,30).

Pero este valor no representa el récord. Entre las diversas clases de invertebrados pluricelulares, los más pequeños se encuentran entre los rotíferos. El más grande de éstos sólo tiene 1,7 milímetros de largo, en tanto que los más pequeños no llegan a medir un décimo de milímetro y deben pesar 0,000000006 gramo (-8,22). En otras palabras, los rotíferos son tan pequeños en comparación con las musarañas como éstas lo son con respecto a las ballenas. Si todavía seguimos descendiendo acabaremos por considerar no sólo al hombre sino también a la musaraña como verdaderos gigantes entre las criaturas vivientes.

Y es que por debajo de los rotíferos se encuentran los animales unicelulares (aunque, a decir verdad, los animales unicelulares más grandes son mayores que los insectos y rotíferos más pequeños), pero me voy a detener aquí, agregando solamente una tabla donde se resumen los tamaños mencionados.

TABLA 2. Tamaños

Animal	Características	Logaritmo del peso en gramos
Ballena azul	el mayor de todos los animales	8,08
Cachalote	el mayor de todos los carnívoros	7,83
Braquiosaurio	el mayor animal terrestre (extinguido)	7,83
Tiburón gigante	el mayor de los peces	7,61
Alosaurio	el mayor carnívoro terrestre (extinguido)	7,26
Beluchiterio	el mayor mamífero terrestre (extinguido)	7,26
Tiburón blanco	el mayor pez carnívoro	7,03
Elefante	el mayor animal terrestre (viviente)	6,99

Calamar gigante	el mayor invertebrado	6,26
Cocodrilo	el mayor reptil (viviente)	6,25
Pez rueda	el mayor pez de huesos grandes	6,13
Tortuga marina	la mayor tortuga	5,93
Oso de Kodiak	el mayor carnívoro terrestre (viviente)	5,87
Aepyornis	la mayor de las aves (extinguida)	5,66
Almeja gigante	el mayor gasterópodo	5,50
Galápago	el mayor reptil terrestre (viviente)	5,42
Pitón reticulada	la mayor serpiente	5,32
Avestruz	la mayor ave (viviente)	5,20
Varano de Komodo	el mayor lagarto	5,05
Hombre		4,96
Salamandra gigante	el mayor batracio	4,60
Albatros	la mayor ave voladora	4,26
Langosta	el mayor artrópodo	4,19
Escarabajo gigante	el mayor insecto	2,00
Pájaro mosca	la menor ave	0,30
Musaraña	el menor mamífero	0,18
Gobio	el menor entre los peces y los vertebrados	-2,70
Mosca duende	el menor de los insectos	-5,30
Rotífero	el menor animal pluricelular	-8,22

Y si hemos de regresar a la imagen de David y Goliat donde el hombre juega el papel de Goliat, por cierto que tenemos unos cuantos animales que pueden reclamar con justicia el papel de David: los roedores, los insectos, las bacterias, los virus... Pensándolo bien todavía no conocemos el resultado de esta lucha y quien desee apostar a ganador puede ir jugando su dinero al verdadero David.

Parte 6 Los Números y la astronomía

14

El contador de protones

En el fondo de mi corazón hay un altar levantado en homenaje al matemático Arquímedes.

Por cierto que si yo creyera en la reencarnación de los espíritus lo que desearía con más fuerza es que mi alma haya habitado en el cuerpo de Arquímedes, pues pienso que allí se habría encontrado a sus anchas.

Les voy a explicar por qué.

Arquímedes fue un griego que vivió en Siracusa, Sicilia. Nació hacia el año 287 a. C. y murió en el 212 a. C. Su vida se desarrolló en un período muy posterior a la época de grandeza militar y política de Grecia, época que coincidió con el ascenso meteórico de Roma hacia el dominio del mundo. Arquímedes mismo murió durante el saqueo de Siracusa por parte del ejército romano triunfante. Pero esa misma época representa el siglo en el cual la ciencia griega alcanzó su apogeo... y por cierto que Arquímedes se ubica en el pináculo de la ciencia griega.

Pero esa no es la razón por la cual creo parecerme a él (después de todo yo no estoy en el pináculo de ninguna ciencia). Más bien se debe a una sola de sus obras, la que se denomina en griego "Psammites", en latín "Arenarius" y en castellano "El Contador de Arena".

Está dedicado a Gelón, el hijo mayor del rey de Siracusa, y comienza de la siguiente manera:

"Hay algunos, rey Gelón, que creen que el número de los granos de arena es infinito por su multitud; y cuando digo arena no solamente me refiero a la que existe alrededor de Siracusa y del resto de Sicilia sino también a la que se puede encontrar en toda región, ya sea habitada o deshabitada. También hay algunos que, sin creer que sea infinita, piensan sin embargo que no existe ningún número que sea lo bastante grande como para superar tanta abundancia. Y está claro que aquellos que sostienen este punto de vista, si se imaginaran una masa totalmente compuesta de arena y tan grande como la masa de la Tierra, incluyendo en ella a todos los mares y valles de la tierra repletos hasta una altura igual a la de la más elevada de las montañas, estarían mucho más lejos todavía de reconocer que pueda expresarse un número que supere la multitud de granos de arena así deducida. Pero voy a tratar de probarle, mediante demostraciones geométricas que usted podrá seguir, que entre los números que yo menciono y doy en el trabajo que envié a Zeuxipo, hay algunos que no solamente superan al número de granos de arena que equivale en magnitud a la Tierra repleta en la forma descripta, sino también a los que cabrían en una masa igual en magnitud al Universo."

Después de lo cual Arquímedes pasa a inventar un sistema que permite expresar números grandes, y utiliza el sistema hasta llegar a un número que nosotros expresaríamos como $10^{80.000.000.000.000.000}$, o sea cerca de $10^{10 \wedge 17}$

Después de esto, se pone a estimar el tamaño del universo de acuerdo con los mejores datos de la época. También define el tamaño de un grano de arena. Según dice, diez mil granos de arena caben en una semilla de amapola, y el diámetro de esta semilla es 1/40 del ancho de un dedo.

Conociendo el tamaño del universo y el tamaño de un grano de arena determina con facilidad cuántos granos de arena harían falta para llenar el universo. El resultado es un cierto número que Arquímedes expresa en su propio sistema de numeración, y ese número es igual a 10^{63} en nuestro sistema de numeración.

A mí me parece evidente (y esto lo digo con todo el respeto posible) que Arquímedes estaba escribiendo uno de mis ensayos científicos, y ésa es la razón por la que se ha abierto paso hasta mi corazón.

Pero veamos qué se puede hacer para continuar aquel trabajo dentro de un estilo que difiera lo menos posible del espíritu original.

Según dice Arquímedes, el diámetro de una semilla de amapola equivale a 1/40 del ancho de un dedo. Mis propios dedos parecen tener unos veinte milímetros de diámetro, de modo que el diámetro de una semilla de amapola será de 0,5 milímetro, según la definición de Arquímedes.

Si una esfera de 0,5 milímetro de diámetro contiene 10.000 (10^4) granos de arena y si el Universo de Arquímedes contiene 10^{63} granos de arena, entonces el volumen del Universo de Arquímedes debe ser 10^{59} veces mayor que el volumen de una semilla de amapola. Por lo tanto, el diámetro del Universo deberá ser $\sqrt[3]{(10^{59})}$ veces mayor que el diámetro de una semilla de amapola. La raíz cúbica de 10^{59} es igual a $4,65 \times 10^{19}$, y si se multiplica este número por 0,5 milímetro resulta que el Universo de Arquímedes tiene $2,3 \times 10^{19}$ milímetros de diámetro o sea, tomando la mitad de ese valor, $1,15 \times 10^{19}$ milímetros de radio.

Este radio equivale a 1,2 años-luz. En aquellos días se suponía que las estrellas estaban fijas en una gran esfera en cuyo centro estaba la Tierra, de modo que lo que Arquímedes afirmaba era que la esfera de las estrellas fijas se encontraba a unos 1,2 años-luz de la Tierra.

Este es un número muy respetable para haber sido obtenido por un matemático de la Antigüedad, si se tiene en cuenta que en esa época recién se estaba calculando la verdadera distancia que nos separa del cuerpo celeste más próximo —la Luna— y se desconocían por completo todas las demás distancias.

Pero está muy lejos de la verdad hasta tal punto que la estrella más cercana, como ahora sabemos, está casi cuatro veces más lejos de nosotros que la distancia que Arquímedes concibió para todas las estrellas.

Pero entonces ¿cuál es el tamaño verdadero del Universo?

Los objetos del Universo que se encuentran más alejados de nosotros son las galaxias, y algunas de éstas están mucho más lejos que otras. A comienzos del siglo veinte se estableció que las galaxias se están alejando de nosotros (con la excepción de unas pocas que se encuentran entre las más próximas). Además, cuanto menos intensa es la luz de una galaxia y, en consecuencia, cuanto más lejos se supone que se encuentra, mayor es la velocidad con que se aleja.

En 1929 el astrónomo estadounidense Edwin Powell Hubble concluyó que, de acuerdo con los datos disponibles, parece existir una relación lineal entre la velocidad de alejamiento y la distancia. En otras palabras, si la distancia que nos separa de la galaxia 1 es el doble de la que nos separa de la galaxia 2, entonces la galaxia 1 se está alejando de nosotros con una velocidad que es el doble de la velocidad de la galaxia 2.

Esta relación (conocida generalmente como Ley de Hubble) se puede expresar como sigue:

$$R = kD \text{ (ecuación 1)}$$

donde R es la velocidad de alejamiento de una galaxia, D es su distancia y k es una constante que podemos denominar "constante de Hubble".

Esta ley no forma parte de los grandes principios básicos del Universo en los que los científicos creen con confianza total. Pero, después de trascurridos casi cuarenta años desde que se propuso la Ley de Hubble, ésta no parece haber inducido a error a los astrónomos ni tampoco se ha presentado ningún indicio basado en la observación que permita dudar de su validez. Por lo tanto se la sigue aceptando[55].

Uno de los puntos a favor de la Ley de Hubble consiste en que se trata de la clase de fenómeno que debería esperarse si el Universo en su conjunto (pero no la materia que lo constituye) se estuviera expandiendo. En ese caso cada galaxia se estaría alejando de cada una de las demás, y desde el punto de referencia de cualquiera de estas galaxias la velocidad de alejamiento de las otras ciertamente debería aumentar en forma lineal con la distancia. Como las ecuaciones de la Teoría General de la Relatividad de Einstein se pueden adaptar a un universo en expansión los astrónomos están muy contentos (en realidad el astrónomo holandés Willem de Sitter ya había propuesto un universo en expansión varios años antes de la enunciación de la Ley de Hubble).

Pero ¿cuánto vale la constante de Hubble? El primer valor propuesto fue de quinientas kilómetros por segundo por millón de parsecs. Ese valor significa que un objeto ubicado a un millón de parsecs de distancia debe alejarse de nosotros a una velocidad de quinientos kilómetros por segundo, uno que se encuentre a dos millones de parsecs se alejará a mil kilómetros por segundo, otro que esté a tres millones de parsecs de distancia lo hará a la velocidad de mil quinientos kilómetros por segundo, etcétera. Pero resultó que este valor de la constante era demasiado elevado. Según se cree en la actualidad el valor de la constante se encuentra entre los setenta y cinco y los ciento setenta y cinco kilómetros por segundo por millón de parsecs. Como el valor numérico de la constante se fue achicando a medida que los astrónomos fueron recogiendo cada vez más información, sospecho que el límite inferior del valor que se estima en la actualidad es el que se encuentra más cerca de la verdad, así que voy a suponer que la constante de Hubble vale setenta y cinco kilómetros por segundo por cada millón de parsecs.

En ese caso ¿a qué distancia máxima se puede encontrar una galaxia? Si cada vez que nos alejamos un millón de parsecs la velocidad de separación aumenta en setenta y cinco kilómetros por segundo, entonces llegaremos a un punto en el cual dicha velocidad de alejamiento será igual a la velocidad de la luz (trescientos mil kilómetros por segundo).

Y ¿qué sucede con las galaxias que están todavía más lejos? Si la Ley de Hubble se cumple estrictamente para todas las distancias, y si no tenemos en cuenta las leyes de la relatividad, entonces las galaxias que están todavía más lejos que aquellas que se separan de nosotros con la velocidad de la luz tendrán que alejarse con velocidades mayores que las de la luz.

[55] Este artículo apareció por primera vez en enero de 1966. En la década trascurrida desde entonces ha habido numerosas discusiones acerca de la Ley de Hubble y, si bien todavía es aceptada por los astrónomos, mi actitud hacia ella no es tan complaciente como lo fue entonces. (N. del A.)

Aquí no tenemos la necesidad de detenernos a considerar la cuestión de si tales velocidades mayores que la de la luz son posibles o no, ni tampoco de preguntarnos si pueden existir tales galaxias presuntamente ubicadas más allá del límite. No tiene sentido que lo hagamos. La luz emitida por una galaxia que se aleje de nosotros con una velocidad mayor que la de la luz jamás podrá alcanzarnos, como tampoco podrán nacerlo los neutrinos ni la influencia gravitatoria ni los campos gravitatorios ni nada por el estilo. Esas galaxias no pueden ser observadas de ninguna manera y por lo tanto, al menos para nosotros, no existen ni para la doctrina de Einstein ni para la doctrina de Newton.

Esto nos permite definir lo que denominamos el Universo Observable. Este no constituye simplemente la porción del Universo que se puede observar con nuestros instrumentos más perfeccionados y poderosos sino la porción del Universo que podríamos llegar a observar si tuviéramos instrumentos perfectos e infinitamente potentes.

En consecuencia, el Universo Observable tiene un volumen finito y su radio es igual a la distancia a la cual la velocidad de alejamiento de una galaxia vale trescientos mil kilómetros por segundo.

Si expresamos la ecuación (1) como

$$D = R/k \quad \text{(ecuación 2)}$$

podemos calcular D en millones de parsecs con sólo poner R igual a trescientos mil kilómetros por segundo y k igual a setenta y cinco kilómetros por segundo por cada millón de parsecs.

Entonces resulta gue

$$D = 30.000 / 75 = 4.000 \quad \text{(ecuación 3)}$$

Es decir que el punto más alejado de nosotros se encuentra a una distancia que representa el radio del Universo Observable y es igual a 4.000 millones de parsecs, o sea 4.000.000.000 de parsecs. Puesto que un parsec equivale a 3,26 años-luz, esto significa que el radio del Universo Observable es de 13.000.000.000 de años-luz. Esta distancia se puede denominar Radio de Hubble.

Los astrónomos todavía no han logrado penetrar con sus instrumentos hasta una distancia igual, a la del radio de Hubble, pero se están acercando. Desde Monte Palomar nos llega la noticia de que el astrónomo Maarten Schmidt ha determinado que un objeto identificado como 3C9 se aleja de nosotros a una velocidad de 240.000 kilómetros por segundo, es decir cuatro quintos de la velocidad de la luz. Por lo tanto ese objeto está a una distancia un poco mayor que diez mil millones de años-luz, y es el objeto más lejano que se conoce[56].

Como podrán ver el radio del Universo Observable es inmensamente más grande que el radio del Universo de Arquímedes: trece mil millones contra 1,2. La relación es casi exactamente de diez mil millones. Si se comparan los volúmenes de las dos esferas, éstos varían como los cubos de los radios. Si el radio del Universo Observable es 10^{10} veces más grande que el del Universo de Arquímedes, el volumen del primero debe ser $(10^{10})^3$ o sea 10^{30} veces mayor que el volumen del segundo.

Por lo tanto, si el número de partículas de arena que podían llenar el Universo de Arquímedes era 1063, el número necesario para llenar el volumen inmensamente más grande del Universo observable será de 10^{93}.

Pero después de todo ¿por qué insistir con los granos de arena? Arquímedes se ocupó de ello simplemente porque deseaba llenar el volumen más grande posible con los objetos del menor tamaño posible. A decir verdad, se le fue un poco la mano. Si una semilla de amapola tiene 0,5 milímetro de diámetro y contiene diez mil granos de arena entonces cada grano de arena debe tener un diámetro de 0,025 milímetro. Estos son granos de arena muy finos y no se los puede ver en forma individual.

Nosotros podemos ir más lejos. Sabemos de la existencia de los átomos, cosa que Arquímedes no sabía, y también conocemos las partículas subatómicas. Busquemos entre esos objetos el volumen más pequeño posible, un volumen que no solamente sea pequeño sino que sea el Más Pequeño Posible.

Si se tratara de buscar la masa más pequeña posible no tendríamos ningún problema: ésta es la masa en reposo del electrón, que vale $9,1 \times 10^{-28}$ gramos. Ningún objeto con masa posee una que sea menor que la del electrón. (El positrón tiene una masa que es igual a la del electrón, pero el positrón no es nada más que la antipartícula del electrón, o sea la versión del electrón que se encuentra al otro lado del espejo.)

Hay partículas que pesan menos que el electrón. Algunos ejemplos son los fotones y los distintos neutrinos, pero todas estas partículas tienen una masa en reposo igual a cero, y por lo tanto no se encuentran entre los "objetos con masa".

¿A qué se debe esto? Bueno, sucede que el electrón tiene otra propiedad que también le pertenece con exclusividad. Es el objeto pesado más pequeño que puede poseer carga eléctrica. Las partículas que

[56] En 1973 se detectó un objeto que se encuentra a una distancia de doce mil millones de años-luz (N. del A.)

tienen masa en reposo nula están invariablemente descargadas, así que parece que la existencia de carga eléctrica requiere la presencia de cierta cantidad de masa, y esa cantidad no debe ser menor que la que posee el electrón.

Tal vez la carga eléctrica tiene masa y el electrón no es otra cosa sino carga eléctrica... sea lo que fuere la carga.

Pero también es posible tener una partícula como el protón, que pesa 1.836 veces más que el electrón y que tiene una carga eléctrica igual (aunque de signo contrario). Y también tenemos una partícula como el neutrón que pesa 1.838 veces más que el electrón y que no posee carga.

Podemos pensar que esas partículas pesadas, relativamente menos cargadas, consisten en numerosas cargas de las dos clases, positivas y negativas, la mayoría de las cuales se anulan entre sí, salvo una carga positiva excedente en el caso del protón y ninguna excedente en el caso del neutrón.

Pero entonces ¿cómo es posible que las cargas se puedan anular entre sí sin que al mismo tiempo se anule la masa asociada? Nadie lo sabe. Es posible que la respuesta a tales preguntas no surja hasta que no se haya aprendido mucho más de lo que sabemos en la actualidad acerca de la estructura interna de los protones y los neutrones. Tendremos que esperar.

Y ¿qué podemos decir del volumen?

Podemos hablar con cierta confianza de la masa de las partículas subatómicas, pero el volumen es otra cosa. Todas las partículas tienen propiedades ondulatorias, y a cada trozo de materia se le puede asociar una "onda de materia" cuya longitud de onda varía de manera inversamente proporcional al impulso de la partícula (es decir al producto de la masa por la velocidad de la misma).

Las ondas de materia asociadas a los electrones tienen longitudes del orden de los 10^{-8} centímetros, lo que representa cerca del diámetro de un átomo. Por lo tanto no es realista hablar del electrón como partícula ni concebirlo como una esferita dura y brillante de volumen definido. Gracias a su naturaleza ondulatoria el electrón "se desparrama" hasta cubrir el átomo del que forma parte. Algunas veces "se desparrama" sobre todo un grupo de átomos.

Las partículas que carecen de masa, como los fotones y los neutrinos, tienen una naturaleza ondulatoria todavía más dominante, y es asimismo más difícil referirse a su volumen.

Pero si pasamos a considerar un protón (o un neutrón), nos encontramos con un objeto cuya masa es casi dos mil veces mayor que la del electrón. Ello significa que, en igualdad de condiciones en otros aspectos, la longitud de la onda de materia asociada al protón tiene que ser cerca de dos mil veces más pequeña que la del electrón.

Las ondas de materia del protón se aprietan contra éste reforzando así su carácter de partícula. El protón si puede considerarse como partícula y uno puede referirse a él como a algo de volumen definido, cuya longitud de onda es mucho más pequeña que la del disperso electrón. (No cabe duda de que si pudiera observarse un protón con un aumento suficiente se descubriría que su superficie tiene una forma confusa al no poseer un contorno claro de modo que su volumen sólo puede "definirse" en forma aproximada.)

Si consideramos objetos todavía más pesados que el protón ¿no sucederá que las ondas de materia se comprimen más aún, reduciendo así el volumen? Existen partículas subatómicas que pesan más que el protón. Pero todas ellas tienen una vida brevísima y no he tenido oportunidad de encontrar estimaciones de los respectivos volúmenes.

Pero todavía podemos construir agregados de muchos protones y neutrones que son lo suficientemente estables como para permitir su estudio. Estos son precisamente los diversos núcleos atómicos. Por ejemplo, un núcleo atómico constituido por diez protones y diez neutrones será veinte veces más pesado que un solo protón y las ondas de materia asociadas a ese núcleo en su conjunto tendrán una longitud de onda consiguientemente más corta. ¿Significa esto que el volumen de los veinte protones y neutrones se reducirá hasta ser menor que el de un solo protón? Aparentemente no. Cuando uno considera un cuerpo tan pesado como el protón, su carácter de partícula se destaca tan claramente que casi se lo puede tratar como una pequeña bola de billar. Independientemente de cuántos protones y neutrones agrupemos en un núcleo atómico, cada protón y cada neutrón habrá de retener un volumen muy parecido al original, Esto quiere decir que el volumen de un protón puede considerarse como el volumen más pequeño que tiene carácter de tal. O sea que uno puede hablar de un volumen igual a "la mitad del volumen de un protón" pero nunca podrá encontrar objeto alguno que tenga ese volumen y que no salga de él, ya sea como partícula o como onda. El tamaño de los diversos núcleos atómicos ha sido calculado. El radio del núcleo de carbono, por ejemplo, tiene un valor de $3,8 \times 10^{-13}$ centímetros y el del bismuto tiene cerca de 8×10^{-13} centímetros. Si un núcleo está formado por una esfera incompresible de neutrones o protones apretados entre sí, entonces los volúmenes de dos de estas esferas deben guardar la misma relación que hay entre las raíces cúbicas de los números de partículas. El numero de partículas de un núcleo de carbono es 12 (6 protones y 6 neutrones) y el número correspondiente a un núcleo de bismuto es 209 (83 protones y 126 neutrones). La relación entre los números de partículas es de 209/12, o sea 17,4, cuya raíz cúbica vale 2,58. Por lo tanto el radio del núcleo del bismuto debería medir 2,58 veces más que el del núcleo del carbono, y la

relación entre los valores que vimos más arriba es de 2,1. Teniendo en cuenta la incertidumbre debida a los errores de medición, no está mal.

Comparemos ahora el núcleo del carbono con un solo protón (o neutrón). El núcleo del carbono tiene doce partículas y el protón no es más que una. El cociente vale 12, cuya raíz cúbica vale cerca de 2,3. En consecuencia el radio del núcleo del carbono tiene que ser unas 2,3 veces mayor que el de un protón. Vemos entonces que el radio de un protón debe medir unos $1,6 \times 10^{-13}$ centímetros.

Ahora podemos alinear los protones, uno al lado del otro, y ver cuántos hacen falta para llegar de una punta a la otra del Universo Observable. La respuesta se encuentra dividiendo el radio del Universo Observable por el radio de un protón.

El radio del Universo Observable es de trece mil millones de años-luz o sea $1,3 \times 10^{10}$ años-luz, y cada año-luz equivale a $9,5 \times 10^{17}$ centímetros. Entonces el radio del Universo Observable en centímetros vale $1,23 \times 10^{28}$. Dividiendo ese número por el radio del protón, que es de $1,6 \times 10^{-13}$ centímetros, tenemos la respuesta: $7,7 \times 10^{40}$.

En otras palabras, si alguien le pregunta: "¿Cuántos protones puede usted colocar en fila uno al lado del otro para llegar desde una punta del Universo Observable hasta la otra punta?" 77.000.000.000,000.000.000.000.000.000.000.000.000 podrá usted contestar, ya que no hay lugar para alinear ninguno más.

Calculemos ahora el volumen. Si el protón tiene un radio de $1,6 \times 10^{-13}$ centímetros y se supone que es esférico, tendrá un volumen de $1,7 \times 10^{40}$ centímetros cúbicos y ése es precisamente el Mínimo Volumen Posible. Análogamente, si el radio del Universo Observable es de $1,23 \times 10^{28}$ centímetros, su volumen será $7,8 \times 10^{84}$ centímetros cúbicos, y ése es el Máximo Volumen Posible.

Supongamos ahora que el Máximo Volumen Posible esté total y absolutamente repleto (sin dejar ningún hueco) de objetos del Mínimo Volumen Posible. Dividiendo $7,8 \times 10^{84}$ sobre $1,7 \times 10^{40}$ encontramos que el número de protones que hacen falta para llenar el Universo Observable es $4,6 \times 10^{124}$.

Esa es la solución (traducida al lenguaje actual) del problema que Arquímedes se propuso en "El Contador de Arena" y, aunque parezca raro, la solución actual es casi exactamente el cuadrado de la solución de Arquímedes. Pero Arquímedes no tiene ninguna razón para avergonzarse por esto, allí donde pueda encontrarse en el Gran Pizarrón del Cielo. Lo que él intentaba hacer era bastante más que lanzar números a diestra y siniestra hasta lograr un número bien grande. Arquímedes trataba de demostrar una importante proposición matemática: que es posible construir un sistema de numeración que permita expresar cualquier número finito, por muy grande que sea éste; y no cabe duda de que en esa tarea logró el éxito más rotundo.

Ah, pero no he terminado del todo. ¿Cuántos protones hay realmente en el Universo Observable?

Se han hecho estimaciones de la "densidad cósmica" (es decir la cantidad de materia que habría en el Universo si la misma estuviera repartida de una manera perfectamente uniforme) que van desde los 10^{-30} a los 10^{-29} gramos por centímetro cúbico. Esto representa un vacío muy elevado y significa que hay una cantidad prácticamente nula de materia en el Universo. Pero tan enorme es el número de centímetros cúbicos que hay en el Universo que aun esa "cantidad prácticamente nula" resulta ser muy grande.

El volumen del Universo Observable, según vimos, es de $7,8 \times 10^{84}$ centímetros cúbicos, y si la densidad cósmica tiene el mismo valor en todo el Universo y no solamente en los pocos miles de millones de años-luz que están más cerca de nosotros, resulta que la masa total contenida en el Universo Observable está comprendida entre los $7,8 \times 10^{34}$ y los $7,8 \times 10^{55}$ gramos. Tomemos un promedio y digamos que la masa del Universo Observable es de 3×10^{55} gramos. Puesto que la masa de nuestra Vía Láctea es de unos 3×10^{44} gramos, en el Universo Observable hay una cantidad de masa suficiente para construir cien mil millones (10^{11}) de galaxias como la nuestra.

Prácticamente toda esta masa está radicada en los nucleones del Universo, es decir en los protones y los neutrones. Como la masa de cada protón o neutrón individual es de cerca de $1.,67 \times 10^{24}$ gramos, ello significa que hay algo así como $1,8 \times 10^{69}$ nucleones en todo el Universo Observable.

Como primera aproximación podemos suponer que el Universo está constituido solamente por hidrógeno y helio, y que hay diez átomos del primero por cada átomo del otro. El núcleo del átomo de hidrógeno consiste en un solo protón y el átomo del helio tiene dos protones y dos neutrones. Por lo tanto cada once átomos hay un total de doce protones y dos neutrones. En consecuencia, la relación entre los números de protones y de neutrones que hay en el Universo es de seis a uno, o sea $1,5 \times 10^{79}$ protones y $0,25 \times 10^{79}$ neutrones. (Es decir que en el Universo Observable casi vacío hay un número de protones que es diez mil billones de veces mayor que el número de granos de arena que puede haber en el Universo de Arquímedes repleto hasta el tope.)

Por otra parte, como cada protón tiene un electrón asociado, podemos decir que el número total de partículas del Universo Observable es de $3,4 \times 10^{79}$ (suponiendo que sólo existen protones, neutrones y electrones en números significativos).

Esta forma de contar los protones del Universo Observable no tiene en cuenta los defectos relativistas. Cuanto más lejos está una galaxia y cuanto más rápido se aleja de nosotros, tanto mayor es el acortamiento que sufre debido a la contracción de Fitzgerald (por lo menos según lo ven nuestros propios ojos).

Supongamos que una galaxia esté a una distancia de diez mil millones de años-luz y que se esté alejando de nosotros a una velocidad igual a cuatro quintos de la velocidad de la luz. Supongamos además que la estamos viendo de perfil y que su longitud máxima a lo largo de la línea de observación sea de cien mil años-luz. Debido a la contracción observaremos que esa longitud (suponiendo que la pudiéramos observar) es de solamente sesenta mil años-luz.

Las galaxias que estén ubicadas todavía más lejos nos van a parecer inclusive más delgadas y, a medida que nos acerquemos a una distancia igual al radio de Hubble de trece mil millones de años-luz, donde la velocidad de alejamiento es igual a la velocidad de la luz, esa contracción hará que el espesor de las galaxias medido a lo largo de la línea de observación tienda a cero. Así llegaremos a imaginar que cerca del radio de Hubble hay una región ocupada por galaxias de espesor delgadísimo. Debería haber lugar para un número infinito de semejantes galaxias, todas ellas apiñadas contra la superficie de una esfera de radio igual al de Hubble.

Por supuesto que los habitantes de esas galaxias no van a notar nada raro. Tanto ellos como sus vecinos tendrán galaxias normales y el espacio en torno de éstas estará casi vacío. Pero a una distancia igual a su radio de Hubble creerán ver un número infinito de galaxias delgadísimas, ¡incluyendo la nuestra!

En consecuencia es posible que dentro del volumen finito de un espacio casi vacío pueda haber —aunque pueda parecemos paradójico— universos infinitos, uno tras otro, lo que significa un número infinito de galaxias, una masa infinita y, volviendo al tema central de este artículo, un número infinito de protones.

Esta imagen de un Universo infinito que ocupa un volumen finito no se ajusta a la teoría de la "gran explosión" del Universo, la cual presupone para comenzar que hay una cantidad finita de masa, pero se ajusta bien al modelo de "creación continua" del Universo, modelo que requiere un Universo infinito aunque de volumen finito.

El volumen de datos observacionales van inclinando a los astrónomos cada vez más a favor del modelo de la "gran explosión", pero yo me siento atraído por la descripción optimista de la "creación continua".

Hasta el momento sólo hemos podido penetrar diez mil millones de años-luz en el espacio, pero yo sigo esperando ansiosamente. Tal vez en el curso de mi vida logremos alcanzar los tres mil millones de años-luz que hacen falta para llegar al borde del Universo Observable, y quizás logremos obtener alguna indicación de que allí hay un número infinito de galaxias.

Pero quizás no. Cuanto más rápidamente se alejan las galaxias, más pequeña es la cantidad de energía que nos llega de ellas, y más difícil resulta detectarla. Las galaxias delgadas como el papel pueden estar allí... pero pueden ser indetectables.

Si los resultados no son concluyentes, solamente me quedará la esperanza. Y mi esperanza es ésta: que el Universo es ilimitado y no tiene fronteras, y que jamás de los jamases le habrá de faltar al Hombre una nueva frontera para enfrentar y vencer[57].

[57] Ay, en los años trascurridos desde que este artículo apareció por primera vez, la teoría de la "creación continua" ha sido dejada de lado casi por completo y no se ha descubierto ninguna señal de que exista una acumulación de galaxias cerca del borde del Universo Observable... pero yo no pierdo las esperanzas. (N. del A.)

Parte 7 Los Números y la Tierra

15

Agua, agua por doquier

Durante mi vida adulta hubo una ocasión en que me di el gusto de hacer un viaje por mar, en contra de mi voluntad[58]. Unos sargentos muy amables estaban arreando a un grupo de jóvenes vestidos de soldados para cargarlos en un barco, y yo era uno de los jóvenes en cuestión.

En realidad, no tenía ningún deseo de abandonar la tierra firme (pues como marinero me destacaba por mi torpeza) y quise decírselo a los sargentos. Pero como me parecieron tan preocupados con su ardua tarea, tan entristecidos por tener que encargarse de una labor tan ingrata como la de decir a otras personas qué debían hacer, me faltó valor para hablar. Tenía miedo de que se pusieran a llorar de pena al descubrir que uno de los soldados no tenía ganas de ir.

Subí, pues, a bordo y comenzamos el largo viaje por mar que nos llevó en seis días desde San Francisco a Hawaii.

No se trataba de un crucero de lujo. Las literas de los camarotes estaban apiladas de a cuatro, lo mismo que los soldados. El mareo se había generalizado y si bien yo mismo no me llegué a marear ni una sola vez (lo juro sobre mi honor de escritor de ciencia ficción), esto no quiere decir mucho cuando el muchacho de la litera de arriba de uno decide marearse.

Lo más doloroso se produjo la primera noche. Había soportado los bamboleos del buque todo el día, esperando con paciencia que llegara la hora de dormir. Cuando ésta llegó por fin me metí en mi litera de clase económica y de pronto me di cuenta de que ¡no apagaban el mar de noche! El barco seguía cabeceando, bamboleándose, guiñando, virando, balanceándose y todo lo demás, como si fuera un burro, ¡toda la noche! ¡Y todas las noches!

Podrán imaginarse que por todas esas razones me pasé todo el viaje sumido en un profundo silencio, y me destaqué entre todos los demás a bordo por mi pésimo humor.

Excepto una vez. Al tercer día de la partida se largó a llover. Esto no tiene nada de particular, dirán ustedes. Pero recuerden que soy hombre de tierra firme. Jamás había visto llover en el mar; jamás había pensado que en el mar podía llover. Y ahora me tocaba verlo... era el más completo derroche de esfuerzos. Toneladas de agua arrojadas sin ningún motivo para ir a caer donde ya estaba lleno de agua.

El sólo pensar en la absoluta inutilidad, en la ineficiencia y en la ridiculez total de un planeta diseñado de tal manera que podía llover sobre el océano me impresionó con tanta fuerza que me hizo desternillar de risa. La risa se realimentó y sin darme cuenta me encontré en cubierta gritando como un loco y batiendo brazos y piernas con salvaje alegría... y mojándome todo, por supuesto.

Un sargento (o algo así) se me acercó y me dijo con simpatía y cordialidad: "¿Qué demonios le pasa, soldado? ¡Póngase de pie!"

Todo lo que pude decir fue: "¡Está lloviendo! ¡Está lloviendo en el mar!".

Me la pasé riendo entre dientes y diciendo lo mismo todo el día, y esa noche noté que todas las literas próximas a la mía estaban vacías. Me imagino que se había corrido el rumor de que estaba loco y de que en cualquier momento podía matar a alguien.

Pero, desde entonces, muchas veces me he dicho que no debí haberme reído. Tendría que haber llorado.

Aquí en los estados del Nordeste estamos sufriendo una grave sequía[59] y si pienso en toda la lluvia que cae en el océano y en cómo podríamos usar con provecho un poquito de esa lluvia para aliviar la situación en determinadas regiones de tierra firme, me dan ganas de ponerme a llorar ya mismo,

Así que para consolarme de alguna manera me voy a poner a hablar del agua.

En realidad la Tierra no padece escasez de agua ni jamás habrá de padecerla. Muy por el contrario, estamos en peligro permanente de tener demasiada agua, si continúa el proceso de calentamiento y se derriten los casquetes de hielo polares[60].

Pero por ahora no nos preocupemos por el derretimiento de los casquetes de hielo; limitémonos a considerar las reservas de agua de la Tierra. Para empezar tenemos el océano. Hablo en singular porque en

---

[58] Este artículo apareció por vez primera en diciembre de 1965. Desde entonces he lomado parte en un cierto número de viajes por mar, en todos los casos en forma voluntaria, y siempre lo he pasado muy bien. (N. del A.)

[59] Recordar que esto fue escrito en 1965. Desde entonces no hubo más sequía (toco madera). (N. del A.)

[60] Al decir esto estaba un poco atrasado de noticias. La verdad es que estamos sufriendo un proceso de enfriamiento desde el año 1940 (N. del A.)

realidad hay un solo Océano Mundial; no es otra cosa que una extensión continua de agua salada en la que se ubican los continentes como si fueran grandes islas.

El área total del Océano Mundial es de 361.100.000 kilómetros cuadrados, mientras que el área total de la superficie del planeta es de 509.880.000 kilómetros cuadrados[61]. Como pueden ver ustedes el Océano Mundial cubre el setenta y uno por ciento de la superficie de la Tierra.

Como ya se dijo, el océano cubre el 71 por ciento de la superficie de la Tierra. Pero por supuesto que lo que vemos no es nada más que la parte superior.

En promedio, el océano tiene una profundidad de 3,7 kilómetros, y hay lugares donde supera los 11 kilómetros de profundidad. El volumen total del océano es de 1.200 millones de kilómetros cúbicos. Esto quiere decir que si uno toma corno base a un cuadrado de 58 kilómetros de lado y construye sobre él un tanque que contenga toda el agua del océano, para que no sobre ni una gota las paredes del tanque deberán tener una altura igual a la distancia que separa a la Tierra de la Luna.

El agua de mar no es agua pura sino una solución de diversas sustancias, principalmente sales. Su contenido de sustancias sólidas alcanza al 3,45 por ciento. Esto significa que en el océano hay unos 54.000 billones de toneladas de sustancias sólidas disueltas, y si las pudiéramos extraer y repartir de manera uniforme sobre toda la superficie de los Estados Unidos tendríamos una pila de 2,5 kilómetros de altura.

Las sustancias sólidas que contiene el océano no son sales exclusivamente. Cerca de la séptima parte de ellas está formada por todos los elementos que existen sobre la Tierra... algunos de ellos con mayor abundancia que otros. Como parte de su contenido normal el océano encierra elementos como el uranio y el oro. En cada tonelada de agua de mar hay cerca de tres miligramos de uranio y seis microgramos de oro. El uranio y el oro están tan dispersos que es prácticamente antieconómico intentar concentrar esos metales y extraerlos del agua. Pero el océano es tan inmenso que la cantidad total es muy grande. El océano contiene en total 5.000 millones de toneladas de uranio y 8 millones de toneladas de oro.

El mar también contiene gases disueltos. El oxígeno se disuelve muy poco en el agua, pero la cantidad de oxígeno que hay disuelta en el océano es suficiente para mantener a todos los seres vivos que en él habitan.

El Océano Mundial está dividido arbitrariamente en océanos más pequeños, en parte porque en la época de las primeras exploraciones los hombres no estaban seguros de que hubiera un solo océano (lo cual quedó claramente demostrado con la circunnavegación de la Tierra por la expedición de Magallanes entre 1519 y 1522) y en parte porque los continentes separan al Océano Mundial en secciones conectadas entre sí que por conveniencia reciben distintos nombres.

Siguiendo la tradición uno oye hablar de los "Siete Mares" y, efectivamente, tanto en mi globo terráqueo como en los diversos atlas que poseo, el Océano Mundial es separado en siete subdivisiones: 1) Pacífico Norte, 2) Pacífico Sur, 3) Atlántico Norte, 4) Atlántico Sur, 5) Indico, 6) Ártico, 7) Antártico.

Además tenemos los mares menores y los golfos y bahías, que son porciones del océano que están casi totalmente rodeadas por tierra, como en el caso del Mar Mediterráneo o el Golfo de México, o bien están separados de la parte principal del océano por una fila de islas como sucede con el Mar Caribe o el Mar del Sur de la China.

Tratemos de simplificar toda esta distribución hasta donde sea posible. En primer lugar consideraremos que todos los mares, bahías y golfos forman parte del océano al que están conectados. Así podemos considerar el Mar Mediterráneo, el Golfo de México y el Mar Caribe como partes del Atlántico Norte en tanto que el Mar del Sur de la China forma parte del Pacífico Norte.

En segundo lugar, no hay ninguna razón geofísica para separar al Pacífico Norte del Pacífico Sur ni al Atlántico Norte del Atlántico Sur. (En ambos casos la línea divisoria convencional y arbitraria es el Ecuador.) Nos referiremos entonces a un solo Océano Pacífico y a un solo Océano Atlántico.

En tercer lugar, si usted observa un globo terráqueo verá que el Océano Ártico no es un Océano en el sentido estricto. Es sólo un ramal del Océano Atlántico con el que se encuentra conectado a través de un pasaje de mil quinientos kilómetros de ancho (el Mar de Noruega), que se extiende entre Groenlandia y Noruega. Esto nos permite agregar el Ártico al Atlántico.

En cuarto lugar, no hay tal Océano Antártico. Se da ese nombre a la extensión de agua que rodea a la Antártida (que es la única región del globo donde uno puede circunnavegar el planeta siguiendo un mismo paralelo de latitud sin encontrarse en el camino ni con tierras ni con capas de hielo sólido que interrumpan el paso). Pero no existe ninguna frontera que no haya sido fijada arbitrariamente y que separe esta extensión de agua de los océanos que se encuentran al Norte. Para reducir al mínimo las fronteras arbitrarias repartiremos al Antártico entre aquellos océanos mayores.

[61] Todas las medidas figuran en el texto original en millas cuadradas, etc. Al respecto, el mismo autor dice: Si estuviera escribiendo el artículo hoy mismo emplearía como unidades los kilómetros cuadrados, pero hacer el cambio ahora lleva mucho trabajo. Recuerden que una milla cuadrada equivale a 2,6 kilómetros cuadrados y pueden hacer la trasformación si lo desean. (N. del T.)

De esta manera nos quedan exactamente tres grandes divisiones del Océano Mundial: el Océano Pacífico, el Océano Atlántico y el Océano Indico.

Si se fijan en un globo terráqueo, verán que el Océano Pacífico y el Océano Atlántico se extienden desde las regiones polares boreales hasta Las regiones polares australes. La división que los separa en el Norte está bien definida, ya que la única conexión entre ellos se produce a través del angosto Estrecho de Bering, que separa a Alaska de Siberia. Es decir que para separar a los dos océanos basta con trazar una corta línea arbitraria, de sólo noventa kilómetros de longitud, a través de dicha extensión de agua.

En el Sur la división está menos definida. Hace falta trazar una línea arbitraria a través del Pasaje de Drake que vaya desde el extremo meridional de Sudamérica hasta el extremo septentrional de la Península Antártica. Esta línea tiene cerca de mil kilómetros de largo.

El Océano Indico es el gordo de la familia, pues se extiende desde el Trópico de Cáncer hasta el Océano Antártico (aunque compensa su menor longitud al ser más ancho que el Atlántico, que es el flaco de la familia). El Océano Indico no está tan bien separado de los demás océanos. Hay que trazar una línea de Norte a Sur que vaya desde los puntos más meridionales de África y de Australia hasta la Antártida para separar al Océano Indico del Atlántico y del Pacífico, respectivamente. La primera de estas líneas tiene cerca de cuatro mil kilómetros y la segunda tiene casi tres mil kilómetros de largo, lo que representa una demarcación bien definida, pero ya les he dicho que en realidad no hay más que un solo océano. Además, las islas de Indonesia separan al Pacífico del Indico.

Las áreas de los tres océanos, calculadas en números redondos empleando estas convenciones, figuran en la Tabla 3:

TABLA 3. Áreas de los océanos

Océano	Área (km cuadrados)	% del océano mundial
Pacífico	176.000.000	48,7
Atlántico	107.000.000	29,8
Indico	78.000.000	21,5

Como pueden ver, el Océano Pacífico tiene una superficie igual a la de los otros dos océanos juntos. El Pacífico por sí solo es un veinte por ciento más grande que toda la superficie de tierra firme que hay en el planeta. Es como una gran pecera llena de agua.

Yo ya estaba enterado de esto cuando crucé el Pacífico (hasta la mitad, en realidad) y también tenía conciencia de que al mirar toda esa agua no estaba viendo nada más que la superficie.

El Océano Pacífico no sólo es el más extenso de los océanos sino también el más profundo, siendo su profundidad media de cerca de 4,2 kilómetros. Para comparar digamos que el Océano Indico tiene una profundidad media de cerca de 3,9 kilómetros y el Atlántico tiene sólo 3,4 kilómetros. Con estos datos podemos calcular los volúmenes de los distintos océanos, que figuran en la tabla 4:

TABLA 4. Volumen de los océanos

Océano	Volumen (km cúbicos)	% del océano mundial
Pacífico	737.000.000	52,2
Atlántico	363.000.000	25,7
Indico	312.000.000	22,1
Total	1.412.000.000	

Como pueden ver ustedes, el agua del Océano Mundial está distribuida entre los tres océanos casi exactamente en la relación 2:1:1.

El total de 1.412 millones de kilómetros cúbicos representa una cantidad enorme. Equivale a 1/800 del volumen total de la Tierra, lo cual es una fracción muy respetable. Si se acumulara toda esa agua en un solo lugar alcanzaría para formar una esfera de cerca de 1.390 kilómetros de diámetro. Este tamaño es mayor que el de cualquier asteroide del sistema solar y probablemente supera al de todos los asteroides juntos.

Quiere decir que no nos falta el agua. Si se repartiera el agua de los océanos entre toda la población de la Tierra, a cada hombre, mujer o niño le tocaría casi un tercio de kilómetro cúbico de agua de mar. Si usted considera que esto no es demasiado (nada más que un tercio de un solo kilómetro cúbico) recuerde que equivale a casi 350.000.000.000 de litros.

Pero, por supuesto que el océano contiene agua de mar, y ésta tiene usos muy limitados. Uno puede viajar sobre su superficie o sumergirse en ella para nadar, pero no se la puede beber (sin hacerle un tratamiento previo), ni se la puede emplear para lavar la ropa, ni para lavar con eficiencia, ni para los procesos industriales.

Para todas esas operaciones esenciales uno necesita agua pura, y las reservas de agua pura lista para el consumo son mucho más limitadas. El agua de mar (incluyendo una cantidad muy pequeña de agua salada que hay en el interior de los continentes) representa casi el 98,4 por ciento de toda el agua de la Tierra, mientras que el agua dulce constituye el 1,6 por ciento, o sea unos 24 millones de kilómetros cúbicos, aproximadamente.

Esto no estaría tan mal si no fuera nada más que una parte del problema. El agua dulce existe en tres fases: sólida, líquida y gaseosa. (De paso, permítanme que les diga que el agua es la única sustancia común sobre la Tierra que existe en tres fases, y también la única que se presenta principalmente en la fase liquida. Todas las otras sustancias comunes existen únicamente en estado gaseoso, como el oxigeno y el nitrógeno, o únicamente en estado sólido, como la sílice y la hematites.) La distribución de las reservas de agua dulce de la Tierra entre las tres fases se muestra en la Tabla 5:

TABLA 5. Reservas de agua dulce

Fase	Volumen (km cúbicos)
Hielo	23.660.000
Agua dulce líquida	500.000
Vapor de agua (Volumen líquido equivalente)	14.200

La mayor parte de las reservas de agua dulce de la Tierra son inaccesibles a nosotros porque están condensadas en forma de hielo. Por supuesto que es perfectamente posible y hasta sencillo derretir el hielo, pero el problema reside en dónde está ubicado. Cerca del noventa por ciento del hielo del mundo está concentrado en el inmenso casquete de hielo que cubre la Antártida, y la mayor parte del resto se encuentra en la capa, más pequeña, que cubre a Groenlandia. El hielo restante (cerca de 830.000 kilómetros cúbicos) se presenta bajo la forma de glaciares que se encuentran en las montañas más elevadas y en las islas menores del Ártico, y también tenemos el hielo que cubre el océano cerca del Polo. Todo este hielo está demasiado apartado de nosotros.

Es decir que nos quedan algo menos de 520.000 kilómetros cúbicos de agua dulce en estado gaseoso o líquido, y esto representa la porción más valiosa de los recursos de agua del planeta. Las reservas de agua dulce fluyen constantemente hacia el mar siguiendo los cursos de los ríos y se escurren bajo la superficie del suelo o se evaporan al aire. Pero las lluvias se encargan de reemplazar constantemente estas pérdidas. Se estima que la precipitación total que cae sobre todas las áreas terrestres del mundo alcanza a los 125.000 kilómetros cúbicos por año. Eso quiere decir que todos los años se renueva la cuarta parte del agua dulce disponible, y si no lloviera en absoluto en ninguna parte, la tierra firme se secaría por completo, ya que en cuatro años toda el agua dulce desaparecería (suponiendo que se mantengan constantes las tasas de flujo, filtración y evaporación).

Si se distribuye uniformemente entre la humanidad toda el agua dulce de la Tierra, a cada hombre, mujer o niño le corresponden 160.000.000 de litros, de los cuales cada uno puede emplear 40.000,000, siempre que recoja la parte que se repone en forma de lluvia.

Pero lamentablemente el agua dulce no está distribuida de manera uniforme. Algunas regiones de la Tierra disponen de una cantidad mucho mayor que la que pueden utilizar, mientras que otras áreas se mueren de sed. Estas fallas de distribución no sólo tienen lugar en el espacio sino también en el tiempo, pues un área que este año padece inundaciones puede ser azotada por la sequía al año siguiente.

Los depósitos de agua dulce más espectaculares son los lagos del mundo. Por supuesto que no todos ellos contienen agua dulce. Sólo la contienen aquellas masas de agua que poseen salida al mar, pues en ese caso el agua en movimiento se encarga de remover las sales disueltas provenientes de la tierra que fueron a parar al lago. Cuando un lago no tiene salida al mar, su única manera de perder agua consiste en la evaporación, pero las sales disueltas no se evaporan. Los ríos que alimentan la masa de agua encerrada agregan constantemente nuevas sales, lo que da origen a la formación de un lago salado que, en algunos casos, es mucho más salado que el mismo mar.

En realidad, la masa de agua interior más grande del mundo —el Mar Caspio, ubicado entre la Unión Soviética e Irán— no se compone de agua dulce. Tiene un área de 438.671 kilómetros cuadrados, que es casi igual a la de California, y sus costas tienen un perímetro total de 5.420 kilómetros.

A veces se dice que el Mar Caspio no es un mar sino solamente un lago, aunque muy grande. Pero a mí me parece que la palabra "lago" debería aplicarse estrictamente a las masas encerradas de agua dulce. Si se utiliza la palabra "mar" para designar a una masa de agua salada, sin importar si pertenece o no al océano, entonces el Caspio es efectivamente un mar.

El Mar Caspio sólo contiene un 0,6 por ciento de sal (cantidad que podemos comparar con el 3,5 por ciento de sal que hay en los océanos), pero esto es suficiente para impedir que se puedan beber las aguas del Caspio, con excepción del extremo Noroeste, que es donde se descargan las aguas dulces del río Volga.

A unos 250 kilómetros al Este del Caspio se encuentra el Mar de Aral, que está formado por sal en un 1,1 por ciento. Es dos veces más salado que el Mar Caspio, pero mucho menor en extensión, pues ocupa un área de sólo 66 000 kilómetros cuadrados, área que es suficiente para convertirla en la cuarta extensión interior de agua del mundo.

Hay otras dos extensiones interiores de agua salada que se destacan. Una es el Gran Lago Salado (que preferiría denominar Mar de Utah, pues no es "grande" ni tampoco se ajusta a la definición de lago) y la otra es el Mar Muerto. El Gran Lago Salado tiene un área de solamente 5.150 kilómetros cuadrados y el Mar Muerto es todavía más pequeño, pues tiene 1.270 kilómetros cuadrados. A decir verdad, el Mar Muerto no es mucho más grande que los cinco distritos que componen la ciudad de Nueva York.

El Mar Muerto es quizá la pequeña extensión de agua más famosa del mundo. Aunque se lo menciona en la Biblia (después de todo tanto el Israel antiguo como el contemporáneo lindan con él), allí nunca se lo llama Mar Muerto. Ese nombre se lo dieron más tarde los geógrafos griegos, que quedaron impresionados por el hecho de que no contiene seres vivos. En la Biblia se lo denomina Mar Salado.

El río Jordán (que es el río pequeño más famoso del mundo) vuelca sus aguas en el Mar Muerto, desciende por el valle que lleva su nombre, que constituye una profunda depresión; algún día se habrá de formar allí un nuevo mar, la mayor parte del cual estará integrado por el Mar Rojo de la actualidad. En su desembocadura en el Mar Muerto el río Jordán está 392 metros debajo del nivel del mar. Sus costas son las zonas más deprimidas de la Tierra. Aun así, el punto más profundo del Mar Muerto se halla a 400 metros por debajo del nivel de su superficie. Quiere decir que si el Mar Muerto y las regiones que lo circundan estuvieran llenos de agua hasta el nivel del mar la profundidad máxima del agua sería de 791 metros, o sea casi media milla.

El Mar Muerto está dividido en dos partes desiguales por una península pequeña que se extiende hacia su interior desde la ribera oriental. La parte septentrional, que ocupa cerca de dos tercios de toda el área, es la más profunda. La parte meridional, el tercio restante, no es honda y su profundidad varía entre uno y diez metros.

Algunos tienen la teoría de que el tercio meridional se llenó de agua corno consecuencia de un terremoto que destruyó la barrera que lo separaba de la porción septentrional del lago; dicho terremoto pudo haber acompañado a una erupción volcánica. Según esta teoría, cuando la sección meridional no estaba sumergida había en ella varios pueblos, con lo cual quedaría explicada la relación bíblica de la destrucción de Sodoma y Gomorra. Pero no existe ninguna prueba concreta que sustente esta teoría.

No obstante, estas dos masas de agua relativamente pequeñas son extraordinarias por su enorme salinidad. El Gran Lago Salado se compone de un quince por ciento de sal y el Mar Muerto tiene cerca de un veinticinco por ciento de sal, lo que equivale respectivamente a cuatro y siete veces más que el océano.

Pero mirar solamente la superficie del agua puede ser engañoso. ¿Qué profundidad tienen estos cuatro mares interiores? Si disponemos de datos sobre la profundidad podemos calcular el volumen de cada uno y su contenido total de sal[62] y el resultado aparece en la Tabla 6:

TABLA 6. Los mares interiores

Mar	Profundidad media (metros)	Volumen (km cúbicos)	Contenido de sal (toneladas)[63]
Mar Caspio	206	90.500	600.000.000.000
Mar de Aral[64]	16	1.100	13.000.000.000
Mar Muerto	329	420	86.500.000.000
Gran Lago Salado	6	31	4.000.000.000

Como pueden ver, el diminuto Mar Muerto no es tan pequeño después de todo. Por su cantidad de agua es mucho mayor que el Gran Lago Salado y contiene seis veces y media más sal que el Mar de Aral, que aparenta ser mucho más grande.

[62] La sal a que me refiero no es únicamente cloruro de sodio, de ninguna manera, pero ésa es otra cuestión. (N. del A.)
[63] El texto no indica unidad pero se deduce que son Tm. (Nota del Corrector)
[64] Desde que Asimov escribió este texto, el mar de Aral ha sufrido una de las mayores catástrofes medioambientales que se conocen. Ocupa apenas la mitad de la superficie anterior y se ha elevado de tal modo la salinidad que la fauna acuífera casi ha desaparecido por completo. (Nota del corrector)

Pero retornemos a los lagos propiamente dichos, es decir las extensiones interiores de agua dulce. Por su superficie la más grande de estas extensiones es el Lago Superior, que es casi tan grande como el estado de South Carolina. Generalmente se lo coloca en segundo lugar entre las masas de agua interior de la Tierra (aunque en realidad no es así, como lo habré de demostrar). No cabe duda de que ocupa un segundo lugar muy alejado del enorme Mar Caspio, pues cubre menos de la quinta parte del área de esta última extensión de agua, pero debemos recordar que el agua del Lago Superior es dulce.

En realidad, el Lago Superior es sólo uno de los cinco Grandes Lagos norteamericanos que suelen verse como masas separadas de agua, pero que están juntos e interconectados, de modo que lo más correcto es verlos como partes de una enorme cuenca de agua dulce. Los datos estadísticos correspondientes aparecen en la Tabla 7.

TABLA 7. Los grandes lagos norteamericanos

Lago	Área (km cuadrados)	N de orden	Profundidad media (metros)	Volumen (km cúbicos)
Superior	82.400	2	274	22.500
Hurón	59.500	5	146	8.750
Michigan	58.000	6	183	10.830
Erie	25.700	12	38	1.000
Notario	19.500	14	165	3.200
Total	245.100			46.280

Si se los mira como a uno solo, como debe ser, los Grandes Lagos de Estados Unidos tienen poco más del área y del volumen del Mar Caspio. Y contienen cerca de la décima parte del total de agua dulce de nuestro planeta.

El único grupo de lagos que puede compararse en algo con los Grandes Lagos estadounidenses es un conjunto semejante que hay en el África Oriental, aunque están mucho más separados. Los tres más grandes son los Lagos Victoria, Tangañica y Nyasa, a los que daré la denominación común de Grandes Lagos Africanos. En la Tabla 8 les presento los datos respectivos:

TABLA 8. Los grandes lagos africanos

Lago	Área (km cuadrados)	N de orden	Profundidad media (metros)	Volumen (km cúbicos)
Victoria	68.000	3	63	5.000
Tanganika	33.000	8	580	18.800
Nyasa	28.500	10	550	15.800
Total	129.500			39.600

Los Grandes Lagos Africanos (por lo menos dos de ellos) se destacan por su profundidad, de modo que aunque ocupan un área de poco más de la mitad de la de los Grandes Lagos de Estados Unidos, el volumen de agua dulce que contienen los primeros es comparable con el de los segundos.

Pero si hemos de hablar de lagos profundos no podemos dejar de mencionar al Lago Baikal, que está ubicado en la parte centro-meridional de Siberia. Ocupa un área de 34.200 kilómetros cuadrados, que lo convierte en la séptima extensión de agua interior de la Tierra según el criterio habitual de ordenar los lagos por su extensión. Pero su profundidad media es de 700 metros, lo que lo convierte en el lago más profundo del mundo. (Su profundidad máxima es de 1.520 metros, es decir casi una milla. Una vez me dijeron que es tan profundo que es el único lago que contiene una fauna equivalente a los peces que habitan en las profundidades del mar. De ser así, esos peces típicos de las profundidades del mar son algo exclusivo de este lago.)

Con semejante profundidad resulta que el Baikal contiene 24.000 kilómetros cúbicos de agua dulce, o sea más que el Lago Superior.

Los únicos otros lagos que pueden entrar en la categoría de "grandes lagos" son tres y se encuentran en el occidente canadiense. Prácticamente no existen datos de la profundidad media de estos Grandes Lagos Canadienses. Tengo las cifras de profundidad máxima de dos de ellos pero carezco de datos acerca del tercero. No obstante puedo hacer una estimación, simplemente para tener una idea del orden de magnitud, y les presento los datos en la Tabla 9.

TABLA 9. Los grandes lagos canadienses

Lago	Área (km cuadrados)	N de orden	Profundidad media. (metros)	Volumen (km cúbicos)
del Oso	31.600	9	75	2.200
de los Esclavos	27.800	11	75	2.100
Winnipeg	24.500	13	15	375
Total	83.900			4.675

Ahora estamos en condiciones de enumerar las masas de agua interior ordenándolas según su verdadero tamaño, que viene dado por su contenido de líquido y no por el área que cada una ocupa. No cabe duda de que el área de cualquier lago se puede determinar con bastante precisión, mientras que el líquido que contiene sólo puede estimarse aproximadamente, y por esa razón tiene sentido la lista habitual donde aparecen ordenados por sus áreas. Pero voy a hacer lo que me parece más correcto. Las catorce masas más grandes de agua interior se ubican, según el volumen contenido, en el orden que se muestra en la Tabla 10:

TABLA 10. Los grandes lagos de la Tierra

Lago	Volumen (km cúbicos)
Caspio*	90.500
Baikal	24.000
Superior	22.500
Tangañica	18.800
Nyasa	15.800
Michigan	10.830
Hurón	8.750
Victoria	5.000
Notario	3.200
del Oso	2.200
de los Esclavos	2.100
Aral*	1.100
Erie	1.000
Winnipeg	375

Esta lista no solamente es bastante poco aproximada, pues el error en varios casos hace que tantas cifras no tengan sentido, sino que también es incompleta, porque hay algunos lagos de menor área que son lo bastante profundos como para tener derecho a ocupar un lugar en la lista más arriba que el lago Winnipeg. Entre éstos debemos incluir a los lagos Ladoga y Onega, ubicados en el extremo noroccidental de la Rusia europea, y el Lago Titicaca, que se encuentra en los Andes, entre Bolivia y Perú.

Pero, ¿de qué sirve todo esto? Toda esta charla sobre el agua no ayuda en absoluto a paliar los efectos de la sequía en el Nordeste de los Estados Unidos. A decir verdad, el nivel del agua de los Grandes Lagos Norteamericanos ha estado descendiendo en forma inquietante en los últimos años y, según tengo entendido, el mismo Mar Caspio está mermando.

Tal vez la vieja Madre Tierra se esté cansando de nosotros... Pero cuando me pongo a pensar un poco me pregunto si no tiene bastantes razones para cansarse.

* Estos no contienen agua dulce. (N. del A.)

16

La Tierra de arriba abajo

A Boston le están cambiando el rostro, y ahora tenemos "la Nueva Boston"[65].

La característica sobresaliente de la Nueva Boston es el Prudential Center, que es un área de la Bahía de Back que ha sido remodelada al estilo lujoso característico de Nueva York. Tiene un nuevo hotel, el Sheraton de Boston, y lo más espectacular de todo es un hermoso rascacielos de cincuenta y dos pisos llamado Prudential Tower, que tiene 230 metros de altura.

En el verano de 1965 yo irrumpí en el centro por primera vez. Me habían pedido que participara de un panel que habría de discutir el futuro de la administración industrial. El panel tuvo lugar en el Sheraton de Boston en medio de gran esplendor, y después de la cena posterior, el gerente del hotel anunció en una breve alocución que la Prudential Tower era el edificio de oficinas más alto de la parte continental de Estados Unidos.

Todos dimos muestras de asombro, ante lo cual él explicó enseguida que, en efecto, había edificios de oficinas más altos no muy lejos de Boston, pero esos edificios no estaban en la parte continental de Estados Unidos. Se encontraban en una isla ubicada cerca de la costa del continente; una isla llamada Manhattan.

Y la verdad es que tenía razón. Fuera de la isla de Manhattan, en este momento, no hay ningún edificio de oficinas en todo Estados Unidos que sea más alto que la Prudential Tower (quizás tampoco lo haya en todo el mundo)[66].

Esto me hizo pensar de pronto que se puede jugar de muchas maneras con los datos con sólo modificar levemente las definiciones, siempre que uno pertenezca a esa clase de individuos que se dedican a coleccionar datos (como yo). Mucho antes de que el gerente hubiera terminado de hablar, yo ya estaba pensando en las montañas.

Todo el mundo conoce el nombre de la montaña más elevada del mundo. Es el Monte Everest, ubicado en la cordillera del Himalaya, exactamente en la frontera entre Nepal y el Tíbet.

El nombre se debe a un ingeniero militar británico, George Everest, que pasó gran parte de su vida efectuando mediciones topográficas en Java y en la India, y se convirtió en topógrafo general de la India desde 1830 hasta 1843. En 1852 se descubrió una montaña en el Norte que evidentemente superaba en altura a todas las demás, y se le puso el nombre de Everest. De paso digamos que este nombre es más fácil de pronunciar que la denominación que daban los nativos tibetanos a la montaña: Chomolungma.

La altura del Monte Everest que suele darse en los libros de referencias es de 8.844 metros sobre el nivel del mar, valor que se obtuvo por primera vez en 1860, pero creo que las mediciones trigonométricas más recientes elevan este número a 8.886 metros. En cualquiera de los dos casos, el extremo de la punta del Monte Everest es la única porción de terreno sobre la faz de la Tierra que se encuentra a más de 8.840 metros (29.000 pies) por sobre el nivel del mar, de modo que la montaña tiene buenos motivos para ser considerada como algo verdaderamente único. Si empleamos otra unidad de medida podemos decir que el Monte Everest está casi nueve kilómetros por sobre el nivel del mar y todos los demás puntos de la Tierra están por debajo de los 8,7 kilómetros[67].

A uno se le ocurre preguntar enseguida cuántos otros picos pertenecen a esa clase exclusiva de los que superan los 8.000 metros sobre el nivel del mar. La respuesta es: no muchos; nada más que trece[68]. Los presentamos en la Tabla 11:

TABLA 11. Los picos de más de 8.000 metros

[65] Este artículo apareció en febrero de 1966, cuando yo vivía en el área de Boston, Massachusetts. En 1970 me trasladé a la ciudad de Nueva York y he vivido allí desde ese entonces. (N. del A.)

[66] Desde la publicación de este artículo se han construido en Chicago dos edificios de oficinas que son más altos que el Prudential Tower. (N. del A.)

[67] Todos los datos de este capítulo y del precedente figuran en pies y millas en el original. Al respecto, el mismo autor expresa lo siguiente en un párrafo que hemos preferido dejar como nota "A excepción de los miembros de las naciones anglosajonas, las alturas de las montañas se miden comúnmente en metros y no en pies ni en millas; un metro tiene 3,28 pies y el Monte Everest se eleva a 8.886 metros sobre el nivel del mar". (N del T.)

[68] Sobre la exactitud de esta afirmación no estoy tan seguro en estos momentos como lo estaba cuando escribí el artículo. En el The Guinness Book of World Records se menciona a Gasheibrum como la decimoquinta montaña más alta, y si esto es cierto (yo creo en el Guinness) entonces significa que hay no menos de cuatro montañas de más de 8.000 metros de altura que no figuran en la Tabla, pero no las pude encontrar en mi biblioteca. (N. del A.)

Picos	Altura en metros
Everest	8.886
Godwin Austen	8,613
Kanchenyunga	8,570
Lhotse	8.542
Makalu	8-510
Dhaulagiri	8.175
Manaslu	8.159
Cho Oyu	8.155
Nanga-Parbat	8.125
Annapurna	8.080
Gasherbrum	8.075
Broad	8.052
Gosainthan	8.016

De los trece aristócratas, todos menos cuatro se encuentran en la cordillera del Himalaya, esparcidos sobre una extensión de unos quinientos kilómetros. La excepción de mayor altura es el monte Godwin Austen, que se denomina así en homenaje a Henry Haversham Godwin Austen, otro británico que participaba en las mediciones topográficas en la India durante el siglo diecinueve. El uso oficial del nombre de este pico es muy reciente. Con anterioridad se lo conocía simplemente como pico K-2. Su nombre nativo es Dapsang.

El Monte Godwin Austen está ubicado a unos mil trescientos kilómetros al Noroeste del Monte Everest y de los otros picos del Himalaya. Es el pico más elevado de la cordillera del Karakórum, que está situada entre Cachemira y Sinkiang.

Todos estos trece picos notables están situados en el Asia, y todos ellos se encuentran en la frontera que separa la India de la China.

Esto también se puede decir no sólo de los trece picos más altos sino también de los sesenta picos más altos del mundo (!), de modo que la región es el lugar más indicado para los escaladores[69].

Y entre todas las montañas el Everest es claramente la montaña más interesante para escalar. El primer intento serio de ascenso se produjo en el año 1922, y al cabo de toda una generación de esfuerzos durante la cual se perdieron once vidas humanas, nadie pudo lograrlo. Pero el 29 de mayo de 1953 el neocelandés Edmund Percival Hillary y el sherpa Tenzing Norgay lo lograron. Desde entonces hubo otros que también llegaron a la cima.

Uno podría pensar que si ya se conquistó el Everest no debe quedar ninguna otra montaña sin escalar, pero ello no es cierto. Al Everest se le ha dedicado mucha más atención que a varios de los otros picos. En la actualidad (a menos que alguien la haya escalado a hurtadillas mientras yo no miraba) la montaña más alta que no ha sido conquistada todavía es Gosainthan, que ocupa apenas el decimotercer lugar en altura[70].

La cadena montañosa más alta ubicada fuera de Asia es la cordillera de los Andes, que corre a lo largo del borde occidental de Sudamérica. El pico más alto de los Andes es el Aconcagua, que alcanza los 6.962 metros de altura. Si bien es cierto que el Aconcagua es el pico más elevado del mundo fuera de Asia, en este último continente hay decenas de picos más elevados.

En cuanto a los récords, en la Tabla 12 figuran los picos más altos de los distintos continentes. Para satisfacer mi orgullo nacional y regional he agregado el nombre de la montaña más alta que tenemos en esta parte de los Estados Unidos (los 48 estados) y también la más alta de Nueva Inglaterra[71]. (Al fin y al cabo yo soy quien escribo el capítulo y hago lo que quiero.)

El Aconcagua está en la Argentina, muy cerca de la frontera con Chile y a unos ciento cincuenta kilómetros al Este de Valparaíso.

TABLA 12. Los picos más altos de distintas regiones

Región	Pico	Altura (metros)

[69] Hace poco me han dicha que el Himalaya contiene 96 de los 108 picos más elevados del mundo. (N. del A.)

[70] Según el The Guinness Book of World Records este privilegio le corresponde al Gasherbrum, que parece ser el decimoquinto en altura. (N. del A.)

[71] Conjunto de media docena de estados, del NE de la Unión. (N. del T.)

Asia	Everest	8.886
América del Sur	Aconcagua	6.962
América del Norte	Mac Kinley	6.195
África	Kilimanjaro	5.890
Europa	Elbrús	5.634
Antártida	Vinson	5.080
EE.UU. (48 estados)	Whitney	4.419
Australia	Kosciusko	2.204
Nueva Inglaterra	Washington	1.918

El Monte Mac Kinley está en la región centromeridional de Alaska, a unos doscientos cincuenta kilómetros al Sudoeste de Fairbanks. En 1896 se descubrió que se trataba del pico más alto de Norteamérica, y entonces se le dio el nombre de William Mac Kinley, quien acababa de ser elegido Presidente de los Estados Unidos. Los rusos, que habían sido los dueños de Alaska hasta 1867, lo habían denominado "bólshaya", que quiere decir "grande".

El Monte Kilimanjaro está en el Nordeste de Tanganika[72], a unos trescientos cincuenta kilómetros del Océano Indico. El Monte Elbrus se encuentra en la cordillera del Cautas o a unos cien kilómetros al Nordeste del Mar Negro.

Con respecto al macizo de Vinson lamento decirles que no sé prácticamente nada. Incluso su misma altura no es más que una estimación poco aproximada.

El Monte Whitney está en California, en el confín oriental del Parque Nacional de las Secoyas que está a sólo ciento treinta kilómetros al Oeste del Valle de la Muerte, donde se encuentra la depresión más profunda de los 48 estados; es una laguna llamada Aguamala (y no me cabe duda de que debe de ser muy mala) que se encuentra a ochenta y cinco metros por debajo del nivel del mar. El Monte Whitney se llama así en homenaje al geólogo estadounidense Josiah Dwight Whitney que fue quien midió su altura en 1864.

El Monte Kosciusko está ubicado en el extremo sudoriental de Australia, en el límite entre los estados de Victoria y Nueva Gales del Sur. Es el punto más alto de la cadena de montañas llamada Alpes Australianos. Yo creo que fue descubierto a fines del siglo dieciocho, cuando el patriota polaco Tadeo Kosciusko libró las últimas batallas por la independencia de Polonia, en las que fue derrotado, pero no estoy seguro.

El Monte Washington está ubicado en la Cordillera de los Presidentes, al Norte de New Hampshire, y todos sabemos a quién debe su nombre.

Al haberles presentado una lista de picos elevados de distintos continentes no quiero decir que todas las montañas altas se encuentren sobre las masas continentales. Así, por ejemplo, Australia, que suele considerarse como un continente (aunque pequeño), no posee montañas verdaderamente elevadas, mientras que Nueva Guinea, más al Norte (que sin duda es una isla, aunque muy grande), es mucho más montañosa y posee docenas de picos más altos que los del continente australiano, algunos de ellos muy importantes desde todo punto de vista. Hay tres islas del Pacífico que son notablemente montañosas, y las presentamos en la Tabla 13:

TABLA 13. Islas montañosas notables

Isla	Pico	Altura (metros)
Nueva Guinea	Carstensz	5.000
Hawaii	Mauna Kea	4.200
Hawaii	Mauna Loa	4.171
Sumatra	Kerintji	3.807
Nueva Zelanda	Cook	3.662

El Monte Carstensz es el pico más alto del mundo que no se encuentra sobre un continente. No sé a quién debe su nombre, pero sí que está ubicado en el occidente de Nueva Guinea y que pertenece a la cordillera de Nassau, cuyo nombre es el de la familia real holandesa. Me imagino que Indonesia ya debe de

[72] Actualmente Tanganika forma parte de Tanzania. (N. del T.)

haber rebautizado tanto la cordillera como la montaña o, lo que es más probable, ya debe de haber restaurado los nombres originales, pero no sé cuáles pueden ser[73].

El Monte Cook está un poco al Oeste del centro de la isla meridional de Nueva Zelanda. Fue bautizado así en homenaje al Capitán Cook, famoso explorador, y su nombre maorí es Aorangi.

Todas las alturas de montañas que hemos dado hasta ahora representan valores "sobre el nivel del mar".

Pero, recordando al gerente del Hotel Sheraton de Boston, podemos entretenernos un poco cambiando algo las definiciones.

Al fin y al cabo, la altura de una montaña depende mucho de la altura de su base. Los picos montañosos del Himalaya son, con mucho, los más majestuosos del mundo; nadie puede dudarlo. Pero también es cierto que se apoyan en la meseta tibetana, que es la más alta del mundo. Los puntos más bajos de esa meseta se encuentran en todos los casos a unos 3.700 metros sobre el nivel del mar.

Si restamos estos 3.700 metros de la altura del Monte Everest, podemos decir que su pico sólo se encuentra a 5.230 metras por encima del nivel del piso sobre el cual se apoya.

No podemos decir que este número sea despreciable, pero de acuerdo con esta nueva definición (altura desde su base, en lugar de altura sobre el nivel del mar), ¿existe algún pico que supere en altura al Monte Everest? Por cierto que sí, y este nuevo campeón no está en el Himalaya, ni en Asia, ni en ningún otro continente.

Después de todo, esto es perfectamente lógico y natural. Supongamos que tenemos una montaña que ocupa una isla relativamente pequeña. La misma isla puede ser la montaña y es muy posible que la montaña no nos parezca impresionante porque su base se apoya en el fondo del océano y éste oculta quién sabe cuántos metros de laderas.

Esto es precisamente lo que sucede con una isla en particular. Y esta isla es Hawaii, que es la más grande del archipiélago homónimo. La isla de Hawaii, con una extensión de 10.400 kilómetros cuadrados (el doble de la del estado de Delaware), es en realidad una enorme montaña que emerge del Pacífico. Termina en cuatro picos, de los cuales los dos más elevados son el Mauna Kea y el Mauna Loa (ver Tabla 13).

En realidad., la montaña que forma la isla de Hawaii es un volcán, pero extinguido en su mayor parte. Solamente Mauna Loa se encuentra en actividad. Tal cual se la ve es la montaña más grande del mundo si se la mide por su contenido en metros cúbicos de roca así que pueden imaginarse qué grande debe de ser toda la montaña si se tiene en cuenta también lo que hay debajo del nivel del mar.

El cráter central de Mauna Loa está activo a veces, pero no ha entrado en erupción desde hace varios milenios. En cambio, el flujo de lava emerge por las aberturas que hay en las laderas. La mayor de éstas es Kilauea, ubicada en la ladera oriental de Mauna Loa, a unos 1.246 metros sobre el nivel del mar. Kilauea es el cráter activo más grande del mundo y tiene más de tres kilómetros de diámetro.

Tal como se dijo, Mauna Loa es la masa montañosa más grande del mundo y junto con Mauna Kea prácticamente constituyen la totalidad de la isla de Hawaii. Mauna Loa quiere decir "montaña larga", nombre bastante adecuado ya que de punta a punta tiene ciento veinte kilómetros de ancho. Mauna Kea significa "montaña blanca", debido a que su cumbre suele estar cubierta por la nieve. La nieve de la cumbre indica que Mauna Kea es un volcán extinguido, mientras que Mauna Loa permanece activo, y en las proximidades de su cráter central se encuentra Kilauea, que es el cráter más grande del mundo, con un área de diez kilómetros cuadrados.

Kilauea no se destaca por sus erupciones espectaculares. Más bien parece estar hirviendo siempre a fuego lento, y en el interior del cráter hay un lago de rocas fundidas en ebullición que a veces sube y se derrama sobre los bordes. En algunas ocasiones, el flujo de lava es caudaloso y prolongado, y en el año 1935 llegó a amenazara la ciudad de Hilo, que es la mayor de la isla.

Los aborígenes hawaianos creían que en la abertura de Kilauea vivía Pelé, la diosa del fuego... Esto no carece de sentido si aceptamos la existencia de seres divinos.

Pero aquí surge una coincidencia peculiar. La diosa hawaiana del fuego es Pelé, y resulta que en la isla de Martinica hay una montaña llamada Pelee. A pesar de las apariencias los dos nombres no tienen nada en común, pues "Montagne Pelee" simplemente quiere decir "Monte Pelado" en francés, nombre que se debe a que la cumbre carece de vegetación

Pero este nombre fue funesto, porque la montaña resultó ser un volcán, y ésa es la razón de que la cumbre esté desnuda. Nadie lo tomó muy en serio como volcán, ya que dos erupciones menores, una en 1792 y la otra en 1851, no fueron nada impresionantes. Pero de pronto, el 8 de mayo de 1902, la montaña explotó. Una avalancha de lava se precipitó por las laderas sobre la ciudad de Saint Pierre, entonces capital de Martinica. Hasta ese momento era una ciudad de 30.000 habitantes; instantes después se convirtió en un cementerio de 30.000 cadáveres. Solamente sobrevivieron dos personas.

[73] Después de la publicación del artículo pude averiguarlo. El Monte Carstensz tiene ahora el nombre oficial de Monte Djaja de la cordillera de Sudsrman. (N. del A.)

Como si todas estas características sobresalientes no fueran suficientes, esta formidable montaña de cuatro picos que denominamos Hawaii adquiere una dimensión verdaderamente colosal cuando se la contempla en su totalidad. Si uno sondea el océano se encuentra con que Hawaii se apoya en una base de terreno que está a unos 5.500 metros por debajo del nivel del mar.

Si se borraran todos los mares de la superficie de la Tierra (sólo temporariamente, por favor), entonces no habría ninguna montaña sobre la Tierra que se pudiera comparar con la imponencia majestuosa de Hawaii. Sería, con mucho, el pico más elevado de la Tierra, midiendo la altura desde su base. Dicha altura sería de 9.767 metros. Sería la única montaña de la Tierra que tendría casi diez kilómetros entre la base y la cumbre.

La desaparición del océano revelaría la existencia de un pico semejante, aunque más pequeño, ubicado en el Océano Atlántico, un pico que forma parte de la cordillera Media del Atlántico. Muy pocas veces nos damos cuenta de la existencia de esta cordillera montañosa porque está cubierta por el océano, pero es más larga y extensa y también más espectacular que ninguna de las cadenas montañosas de tierra firme, incluyendo al Himalaya. Tiene 11.000 kilómetros de largo y 800 de ancho, lo que no está mal.

Algunos de los picos más elevados de esta cordillera llegan a asomar la cabeza por sobre la superficie del Atlántico. Las Azores, grupo de nueve islas y varios islotes que pertenece a Portugal, se forman de esa manera. Se encuentran ubicadas a 1.300 kilómetros al Oeste de Portugal y tienen un área total de 2.305 kilómetros cuadrados, algo menos que el estado de Rhode Island[74].

El punto más elevado del archipiélago está ubicado en la Isla de Pico. Este se denomina Pico Alto y alcanza una altura de 2.264 metros sobre el nivel del mar. Pero si uno baja por la ladera de la montaña y continúa descendiendo hasta llegar al fondo del mar, descubre que la parte sumergida representa tres cuartos de la altura de la montaña.

La altura total del Pico Alto medida desde su base submarina hasta la cumbre es de 8.384 metros, aproximadamente, y esto lo convierte en un pico de dimensiones dignas del Himalaya.

Ya que hemos borrado por un momento a las océanos de la faz de la Tierra, podemos aprovechar para averiguar qué profundidad tienen.

Cerca del 1,2 por ciento del fondo del mar se encuentra a una profundidad de más de 6.000 metros por debajo de la superficie,

y esas zonas se denominan "hoyas" o "fosas" marinas. Estas abundan especialmente en el Océano Pacífico. Todas están ubicadas cerca de cadenas de islas, por lo que es razonable suponer que fue el mismo proceso que excavó en las profundidades el que levantó la cadena de islas.

En la Tabla 14 damos los valores de las profundidades máximas que se han medido en algunas de estas hoyas (siempre de acuerdo con los datos de que dispone el autor).

TABLA 14. Algunas fosas marinas

Fosa	Ubicación aproximada	Profundidad (metros)
Bartlett	Sur de Cuba	6.948
Java	Sur de Java	7.252
Puerto Rico	Norte de Puerto Rico	9.392
Japón	Sur del Japón	9.800
Kuriles	Este de Kamchatka	10.543
Tonga	Este de Nueva Zelanda	10.853
Marianas	Este de Guam	10.915
Mindanao	Este de las Filipinas	11.036

Por supuesto que las cifras de profundidad de las fosas no son de manera alguna tan confiables como las alturas de las montañas, y es posible que uno de estos días algún buque oceanográfico registre algún punto de mayor profundidad en una o en varias de estas hoyas. La profundidad más grande registrada en la fosa de Mindanao (que por ahora es la más profunda del mundo) fue medida recién en marzo de 1959 por el buque oceanográfico ruso Vityaz.

El punto más profundo de la fosa de las Marianas fue alcanzado en persona por Jacques Piccard y Don Walsh el 23 de enero de 1960 en el batiscafo Trieste. Esta fosa fue bautizada con el nombre de "Fosa Challenger" en honor del buque oceanógrafico británico Challenger, que llevó a cabo un crucero científico por todos los mares entre 1872 y 1876 y fue el precursor de la oceanografía moderna.

[74] El menor de los estados de la Unión en Nueva Inglaterra (N. del T.)

Pero la cuestión que quiero demostrar es que la profundidad máxima de los océanos es mayor que la altura máxima de las montañas, y esto no ocurre en un solo lugar sino en varios.

Tomemos el punto más profundo de la fosa de Mindanao. Si fuera posible colocar dentro de ella al Monte Everest de manera que su base se apoyara en el fondo de la fosa, la superficie del océano quedaría ubicada a 2.100 metros por encima de la cumbre del monte sumergido. Si se pudiera correr a la isla de Hawaii desde donde actualmente se encuentra y se la hundiera en la fosa de Mindanao, ubicada a unos 7.200 kilómetros al Oeste, la isla también desaparecería por completo y quedaría con casi 1.300 metros de agua por encima de su cúspide.

Es decir que, tomando como nivel cero el de la superficie del mar, resulta que el punto más bajo de la superficie de la corteza terrestre, ubicado cerca de las Filipinas, está a unos 5.100 kilómetros al Este del punto más alto, la cumbre del Monte Everest. La diferencia total de altura es de 19.921 metros.

Esto puede parecer mucho, pero el diámetro de la Tierra tiene cerca de 12.700 kilómetros, de modo que esta diferencia entre el punto más alto y el más bajo no representa nada más que el 0,15 por ciento de la dimensión máxima de la Tierra.

Si reducimos la Tierra al tamaño de mi globo terráqueo (40 centímetros de diámetro), entonces la cima del Monte Everest sobresaldría apenas 2,75 décimas de milímetro por encima de la superficie, mientras que la fosa de Mindanao penetraría nada más que 3,5 décimas de milímetro por debajo de ella.

Queda claro entonces que, a pesar de todos estos valores extremos de altibajos a los que me estuve refiriendo, la superficie de la Tierra es prácticamente lisa si se compara dicho desnivel con el diámetro del planeta. Seguiría siendo lisa y pareja aun cuando desaparecieran los mares dejando al descubierto el fondo oceánico. Lo que queda a la vista., ahora que los océanos llenan la mayoría de los huecos ocultando las irregularidades más importantes, es prácticamente despreciable.

Pero pensemos por un momento en el nivel del mar. Si la Tierra fuera totalmente líquida y estuviera constituida por un océano universal, tomaría la forma de un elipsoide de revolución, debido a que el planeta está rotando. No sería un elipsoide perfecto porque, por diversas razones, existen algunas desviaciones de unos pocos metros en distintos puntos. Pero dichas desviaciones tienen un interés puramente académico, y nosotros podemos suponer que efectivamente es un elipsoide.

Esto significa que si cortamos a la Tierra con un plano que pase por su centro y por los dos polos, la sección de la superficie será una elipse. El eje menor (que corresponde al mínimo valor posible del radio de la Tierra) se mide desde el centro hasta cualquiera de los polos y tiene una longitud de 6.356.912 metros (casi 6.357 kilómetros). El radio más largo o eje mayor va desde el centro a cualquier punto del ecuador. Mide 6.378.378 metros o sea unos 6.378 kilómetros (éste es el valor medio, porque en realidad el ecuador mismo es levemente elíptico).

En consecuencia, el nivel de la superficie del mar sobre el ecuador está 21.476 metros más lejos del centro de la Tierra que el nivel de la superficie del mar en los polos. En esto consiste el bien conocido "abultamiento ecuatorial".

Pero este abultamiento no es una propiedad exclusiva de los puntos del ecuador. La distancia desde el centro de la Tierra hasta el nivel de la superficie del mar va creciendo lentamente a medida que uno va desde los polos hasta el ecuador. Lamentablemente nunca he encontrado datos sobre la variación con la latitud de esta diferencia en la longitud del radio por encima de su valor mínimo, que corresponde a los polos.

Por lo tanto, tuve que calcularla por mí cuenta utilizando los datos sobre la variación del campo gravitatorio con la latitud[75] (estos valores del campo gravitatorio sí los pude encontrar). Los resultados, que espero que sean aproximadamente correctos, aparecen en la Tabla 15.

TABLA 15. El abultamiento de la Tierra

Latitud	Diferencia entre el radio y el radio mínimo (grados) (metros)
0 (ecuador)	21.400
5	21.200
10	20.800
15	20.000
20	19.000
25	17.700
30	16.100

[75] Parece una broma de Asimov que esos abultamientos estén calculados así. Los da directamente la sencillísima expresión 21.400 x cos² φ siendo φ la latitud. Los datos de gravedad, ni son necesarios, ni sirven para gran cosa. (N. del T.)

35	14.500
40	12.550
45	10.700
50	8.850
55	7.050
60	5.400
65	3.800
70	2.500
75	1.460
80	660
85	160
90 (Polos)	0

Supongamos ahora que medirnos las alturas de las montañas empleando el nivel del mar en los polos en lugar del nivel del mar en cualquier otra parte. Esto nos permite comparar distintos puntos por sus distancias medidas desde el centro de la Tierra y no cabe duda de que esta manera de comparar la altura de los picos es tan legítima como cualquier otra.

Si empleamos este procedimiento, la perspectiva de todas las cosas cambia por completo.

Por ejemplo, la fosa de Mindanao penetra hasta 11.036 metros bajo el nivel del mar, o sea bajo el nivel de la superficie del mar a su latitud, que es 10° N. Como ese nivel del mar está a 20.800 metros por encima del nivel del mar en los polos, resulta que la profundidad más grande que conocemos, la de la fosa de Mindanao, se encuentra a unos 9.800 metros sobre el nivel del mar en los polos.

En otras palabras, cuando Peary llegó al Polo Norte, al mismo tiempo logró acercarse al centro de la Tierra casi diez kilómetros más que si hubiera descendido en un batiscafo hasta el fondo de la fosa de Mindanao.

Por supuesto que el Océano Ártico tiene su propia profundidad. Según tengo entendido se han llegado a registrar en el Ártico profundidades de hasta 4.500 metros. Esto significa que el fondo del Océano Ártico se encuentra casi quince kilómetros más cerca del centro de la Tierra que el fondo de la fosa de Mindanao y, desde este punto de vista, podernos decir que hay un nuevo candidato a ocupar el lugar de "fosa más profunda". (Las regiones cercanas al Polo Sur están ocupadas por el continente antártico, así que quedan fuera de carrera por esa razón.)

¿Y las montañas?

El Monte Everest está ubicado a una latitud de cerca de 30°. El nivel del mar a esa latitud está a 16.100 metros por encima del nivel del mar en los polos. Si sumamos los 8.886 metros a que se encuentra el Monte Everest por encima de su propio nivel del mar vemos que este pico está casi exactamente a 25.000 metros por encima del nivel de los polos. Pero apenas se encuentra a tres kilómetros y medio sobre el nivel del mar en el ecuador.

En otras palabras, cuando un barco cruza el ecuador, sus pasajeros están apenas 3,5 kilómetros más cerca del centro de la Tierra que Hillary cuando llegó a la cima del Monte Everest.

¿Hay algún pico que pueda superar al Monte Everest según esta nueva definición? Las otras cumbres del Asia están aproximadamente a la misma latitud del Monte Everest. Lo mismo sucede con el Aconcagua y varios de los otros picos más elevados de los Andes (los que se encuentran al otro lado del ecuador). El Monte Mac Kinley está ubicado un poco más allá de los 60° N, y su nivel del mar está a sólo 5.000 metros por encima del nivel de los polos. Su altura total sobre el nivel del mar en el polo apenas alcanza los 11.200 metros, es decir menos de la mitad de la altura del Monte Everest.

Lo que debemos buscar son montañas elevadas que se encuentren cerca del ecuador, donde puedan sacar ventaja del abultamiento máximo de la cintura terrestre. Desde este punto de vista una candidata buena es la montaña más elevada del Africa, es el Monte Kilimanjaro. Está ubicado a 3° S y tiene 5.890 metros de altura. A esto le podemos sumar los 21.300 metros del abultamiento sobre el que se apoya y nos da por resultado unos 27.200 metros sobre el nivel de los polos, lo que significa 2.200 metros más que el Monte Everest, siempre contando desde el centro de la Tierra.

Pero este pico tampoco es el mejor. Mi candidato para ocupar el lugar de pico más alto según esta definición es el Monte Chimborazo, que se encuentra en la República del Ecuador. Este forma parte de la cordillera de los Andes, donde hay por lo menos treinta picos más elevados que él. Pero sucede que el Chimborazo se encuentra a 2° S. Su altura sobre el nivel del mar en el Ecuador es de 6.300 metros. Si le agregamos el abultamiento ecuatorial nos da una altura total de 27.600 metros por sobre el nivel del mar en los polos[76].

[76] Desde que este artículo apareció por primera vez otras personas han anunciado que el Chimborazo era la montaña más alta del mundo, y la noticia fue publicada con sorpresa por revistas como Scientific American y Newsweek. Pero en ninguno de los casos se hizo notar la antelación de nuestro artículo. (N. del A.)

Es decir que si nos regimos por la distancia desde el centro de la Tierra, cuando pasamos desde el fondo del Océano Ártico hasta la cumbre del Monte Chimborazo esa distancia aumenta en 32.100 metros (casi exactamente 20 millas, un número redondo y lindo).

Vemos que, según la definición que tomemos, habrá tres candidatos distintos que se disputarán el honor de ser el pico más elevado de la Tierra: el Monte Everest, el Mauna Kea y el Chimborazo. También tenemos dos candidatos diferentes para la calificación de profundidad máxima: el fondo del Océano Ártico y el fondo de la fosa de Mindanao.

Pero seamos sinceros. Lo que cuenta cuando se trata de alcanzar grandes profundidades o grandes alturas no es simplemente la distancia, sino la dificultad para lograrlo. La magnitud más correcta para medir la dificultad de sumergirse a grandes profundidades es el aumento en la presión del agua; y la medida más correcta de la dificultad que encontramos al escalar las grandes alturas es la disminución de la presión atmosférica.

Según ese criterio la presión hidrostática tiene su máximo en el fondo de la fosa de Mindanao y la presión atmosférica es mínima en la cumbre del Monte Everest, y por esa razón esos puntos son los extremos reales.

17

Las islas de la Tierra

Uno de los aspectos más lindos que tienen estos ensayos científicos que escribo es la correspondencia que originan, casi siempre interesante y bien intencionada.

Fíjense, por ejemplo, en el capítulo anterior, "La Tierra de Arriba Abajo", donde yo afirmaba que el Prudential de Boston es el edificio de oficinas más grande que hay en la parte continental de Estados Unidos (por oposición a los edificios más elevados que se encuentran en la isla de Manhattan). Apenas se publicó el ensayo recibí una carta de un residente del Gran Boston donde me recomendaba seguir el curso de los ríos Charles y Neponset hasta su nacimiento para ver si Boston no debe considerarse como una isla.

Seguí su consejo y reconozco que, de alguna manera, tenía razón. El río Charles corre al Norte de Boston y el Neponset corre al Sur de la ciudad. Al Sudoeste de Boston se acercan hasta que sólo los separa una distancia de cuatro kilómetros. Entre los dos ríos serpentea un arroyo que los une entre sí, y como consecuencia la mayor parte de Boston y algunas zonas de los suburbios occidentales (incluyendo el lugar donde vivo)[77] están rodeadas de agua por todas partes. Quiere decir que, desde un punto de vista estricto, se puede afirmar que tanto la Prudential Tower como mi propia casa están ubicadas en una isla.

¡Vaya!

Antes de que empiece a asustarme, permítanme que me detenga a analizar las cosas un poco. Al fin y al cabo ¿qué es una isla?

La palabra "isla" proviene del latín "insula", que significa "tierra rodeada de agua salada".

Los ingleses utilizan la palabra "island", que proviene del anglosajón "eglond", que quiere decir más sencillamente "tierra rodeada de agua".

Esta palabra anglosajona fue sufriendo cambios a través del tiempo, y debió de haber llegado hasta nosotros en la forma "eyland" o "iland". Bajo la influencia de la palabra "isle" se insertó una "s" por error. Las palabras "ísle" e "island" son sinónimos en inglés, pero la etimología de cada una es bien distinta.

Para discutir con cierto detalle el origen de "isla" tenemos que remontarnos al período clásico.

En su período de grandeza los antiguos griegos eran un pueblo de navegantes que habitaban numerosas islas del Mar Mediterráneo y también algunas regiones del continente. Tanto ellos como los romanos que les siguieron estaban advertidos de la diferencia aparentemente fundamental que existe entre las dos clases de tierras. Para ellos una isla era una porción de terreno relativamente pequeña rodeada por el mar. En cambio, el continente (del cual formaban parte tanto Grecia como Italia) era una superficie continua de tierra sin confines conocidos.

Se sabe con certeza que los geógrafos griegos suponían que esta superficie de tierra firme era finita y que el continente se encontraba en medio de un océano que lo rodeaba por todas partes. Pero, salvo al Occidente, todo esto era pura especulación. Al Oeste, más allá del Estrecho de Gibraltar, el Mar Mediterráneo iba a dar al anchuroso océano. Pero ningún griego ni romano logró viajar hasta los confines del continente, hasta Laponia, Sudáfrica o China, como para ver con sus propios ojos el océano desde los límites del continente.

Entonces, en latín el continente se denomina terra continens, es decir "tierra que se mantiene unida". La idea consiste en que cuando uno viaja por el continente, siempre hay otra porción de tierra firme unida a la que usted está cruzando. Esto es válido para cualquier punto del continente.

En cambio, una porción pequeña de terreno que no estaba unida al continente, sino separada y rodeada por el mar, se llamaba terra in salo o sea "tierra en el mar". Esta expresión se redujo a la palabra latina ínsula, y después dio origen, en sucesivas etapas, a las palabras isola en italiano, isle en inglés, íle en francés, isla en castellano, etcétera.

Es decir que el significado estricto de la palabra "isla" corresponde a una porción de tierra rodeada por agua salada. No cabe duda de que esta definición es demasiado estricta. Según ella la situación de Manhattan es más bien dudosa, porque al Oeste limita con el río Hudson. Además hay regiones de tierra firme que generalmente reciben el nombre de islas, que están ubicadas en el interior de un lago o del curso de un río, y que están obviamente rodeadas de agua dulce. Pero estas islas deben estar rodeadas por una extensión de agua que tiene que ser grande en comparación con el diámetro de la isla. Nadie se atreverá a llamar isla a una extensa región de tierra firme tan sólo porque haya un riachuelo que la bordee. De modo que, desde un punto de vista práctico, Boston no es una isla, mientras que Manhattan lo es.

Pero en lo que resta del artículo me voy a ajustar a la definición estricta del término y solamente voy a analizar aquellas islas que están rodeadas de agua salada.

[77] Esto ya no es cierto. Como dije antes, ya he retornado a Nueva York. (N. del A.)

Al hacerlo vemos que, hablando estrictamente, la porción de tierra firme de nuestro planeta no consiste nada más que en islas. No hay continentes en el sentido literal de la palabra. En ningún caso el continente es indefinido. El viajero veneciano Marco Polo alcanzó el límite oriental del continente conocido en 1275; el navegante portugués Bartolomé Díaz llegó a su límite meridional en 1488 y los exploradores rusos alcanzaron e! borde septentrional a fines del siglo diecisiete y a comienzos del dieciocho.

El continente al que yo me refiero aquí suele separarse en tres continentes: Asia, Europa y África. Pero, ¿por qué hablar de tres continentes, cuando en realidad se trata de una única extensión continua de tierra firme, dejando de lado a los ríos y al Canal de Suez, que fue hecho por el hombre?

Esta multiplicidad de los continentes data de la época de los griegos. En tiempos de Homero los griegos estaban concentrados en la parte continental de Grecia y luchaban contra los habitantes de un segundo continente hostil ubicado al Este del Mar Egeo. Los primeros griegos no tenían ninguna razón para suponer que esos dos "continentes" estaban conectados entre sí por tierra firme, así que les dieron dos nombres distintos: el de ellos era Europa y el otro, Asia.

Estos términos tienen origen incierto, pero la teoría que más me gusta sugiere que provienen de las palabras semíticas assu y erev, que significan "Este" y "Oeste", respectivamente. (Es posible que los griegos hayan tomado estas palabras de los fenicios, a través de Creta, del mismo modo que aprendieron el alfabeto fenicio.) La Guerra de Troya, que tuvo lugar en el siglo XIII antes de nuestra era, no es otra cosa que el comienzo del enfrentamiento entre el Este y el Oeste, enfrentamiento que todavía continúa.

Por cierto que no debe de haber pasado mucho tiempo hasta que los exploradores griegos advirtieran que en realidad había una conexión por tierra entre los dos continentes. El mito de Jasón y los Argonautas, y su conquista del Vellocino de Oro, probablemente se origina en las expediciones comerciales anteriores a la Guerra de Troya. Los Argonautas llegaron a la Cólquida (lugar que suele ubicarse en el extremo oriental del Mar Negro) y es allí donde los dos continentes se unen.

La verdad es que, según sabemos en la actualidad, al Norte del Mar Negro hay unos dos mil quinientos kilómetros de tierra que permiten a un viajero pasar de un lado al otro del Mar Egeo, o sea de Europa a Asia y viceversa. En consecuencia, Europa y Asia son continentes separados solamente por una convención geográfica, y no existe ningún límite real entre ellos. El conjunto formado por los dos continentes suele denominarse "Eurasia".

En los libros de geografía, se elige arbitrariamente a los Montes Urales como frontera entre Europa y Asia. Esto se debe en parte a que los Urales representan una leve interrupción en la enorme llanura que se extiende sobre casi diez mil kilómetros desde Alemania hasta el Océano Pacífico, y también en parte a que hay razones de conveniencia política que hacen considerar a Rusia como parte de Europa (hasta cerca de 1580 Rusia no llegaba más allá de los Urales). Pero la porción asiática de Eurasia es tanto más grande que la porción europea que a menudo suele verse a Europa sólo como una península de Eurasia.

Como continente puede decirse que África está mucho más separado que Europa. Su única conexión con Eurasia es el istmo de Suez, que en la actualidad tiene unos ciento sesenta kilómetros de ancho, pero que fue algo más angosto en épocas remotas.

Pero la conexión siempre estuvo allí y por cierto que fue muy utilizada, pues una y otra vez la cruzaron los hombres civilizados (y también los ejércitos), mientras que la tierra ubicada al Norte del Mar Negro fue atravesada con muy poca frecuencia. Los griegos conocían bien la conexión entre las naciones que llamaban Siria y Egipto, y por esa razón consideraban a Egipto y a todas las tierras ubicadas al Oeste de ese país como parte de Asia.

Para los romanos la cosa era bien distinta. Ellos estaban más lejos del istmo de Suez, y en sus comienzos la única relación con ese punto era de interés puramente académico. Su única conexión con el África era la vía marítima. Además, del mismo modo que los griegos habían tenido que enfrentar a Troya, ubicada en el otro continente del que los separaba el mar, mil años después los romanos enfrentaban a los cartagineses, que también vivían en un continente opuesto, del que los separaba el mar. La guerra contra Aníbal fue tan trascendente para los romanos como lo fue la guerra contra Héctor para los griegos.

Los cartagineses bautizaron a la región que rodeaba a su ciudad con una palabra que en latín se convirtió en África. Entre los romanos, la palabra pasó a denominar no sólo a los alrededores de Cartago (lo que actualmente constituye el Norte de Túnez) sino a todo el continente contra el que estaban luchando. Por esa razón los geógrafos de la era romana —entre los que se destacaba el greco-egipcio Ptolomeo— asignaron a África la categoría de tercer continente.

Pero nosotros habremos de atenernos a los hechos, ignorando los accidentes de la historia. Si uno no tiene en cuenta el Canal de Suez, se puede viajar desde el Cabo de Buena Esperanza hasta el Estrecho de Bering, o hasta Portugal o Laponia, sin cruzar el agua del mar, de modo que toda esta masa de tierra firme constituye un solo continente. Este continente único no tiene un nombre que haya sido aceptado por todos, y me parece ridículo denominarlo "Eurafasia", aunque a veces estuve tentado de hacerlo.

Pero podemos analizar la cuestión desde este punto de vista. Esta extensión de tierra es enorme pero finita, y además está rodeada por todas partes por océano. En consecuencia es una isla, sin duda vastísima,

pero isla al fin. Teniendo en cuenta esto existe un nombre adecuado, nombre que a veces emplean los geopolíticos. Es la "Isla del Mundo".

Este nombre parece querer decir que el continente triple formado por Europa, Asia y África constituye todo el mundo, y la verdad es que prácticamente es así. Fijémonos en la Tabla 16. (Permítanme subrayar que en esta tabla y en las que siguen en este artículo las cifras referentes a áreas son válidas, pero los datos sobre población suelen variar con frecuencia. Además, aun en los casos en que es posible obtener esos datos, con bastante frecuencia suele afirmarse que se trata de "estimaciones" que pueden estar bastante alejadas de la realidad... Pero hagamos lo mejor que podamos.)

TABLA 16. La Isla del Mundo

Continente	Área (km cuadrados)	Población
Asia	44.472.097	3.450.000.000
África	30.227.467	700.000.000
Europa	10.360.149	701.000.000
La Isla del Mundo	85.059.713	4.851.000.000

La Isla del Mundo contiene poco más de la mitad del área total de la tierra firme del globo. Pero, lo que es más importante, también contiene las tres cuartas partes de la población de la Tierra. Tiene bien ganado su derecho a recibir dicha denominación.

La única extensión de tierra que puede llegar a compararse a la Isla del Mundo por su área y su población es el continente americano, que fue descubierto por primera vez hace muchos miles de años por hombres primitivos que provenían de Asia, nuevamente por el navegante islandés Leif Ericsson en el año 1000, y finalmente por el navegante italiano Giovanni Caboto (John Cabot para los ingleses a cuyo servicio navegaba) en el año 1497... No menciono a Colón porque éste sólo había descubierto islas antes de 1497. En efecto, no pisó el continente americano hasta 1498.

Colón creyó que el nuevo continente formaba parte de Asia, y muy bien pudo haber estado en lo cierto. La independencia física total con respecto a Asia no quedó demostrada hasta 1728, año en que el navegante danés Vitus Bering (al servicio de los rusos) exploró lo que hoy conocemos como Mar de Bering y atravesó lo que ahora denominamos Estrecho de Bering, demostrando así que Siberia y Alaska no estaban unidas,

Esto significa que existe una segunda isla inmensa sobre la Tierra y ésta se divide tradicionalmente en dos continentes: América del Norte y América del Sur. Pero si dejamos de tener en cuenta al Canal de Panamá, que fue construido por el hombre, estos continentes están unidos y un hombre puede viajar desde Alaska hasta la Patagonia sin necesidad de cruzar agua salada.

No me parece que haya ningún nombre conveniente para denominar a ambos continentes en conjunto. Se lo puede llamar "las Américas", pero eso implica usar un plural para lo que constituye una única extensión de tierra firme, y por esta razón no acepto aquel nombre.

Prefiero proponer un nombre que me pertenece: "la Isla del Nuevo Mundo". De esta manera aprovechamos la denominación común, aunque algo anticuada, de "Nuevo Mundo" que suele darse a las Américas. Además se establece la misma clase de relación entre Isla del Mundo e Isla del Nuevo Mundo que la que hay entre Inglaterra y Nueva Inglaterra, o entre York y Nueva York.

Los datos más importantes de la Isla del Nuevo Mundo figuran en la Tabla 17. Como podrán ver, la Isla del Nuevo Mundo tiene cerca de la mitad del área de la Isla del Mundo, pero su población es prácticamente seis veces menor.

TABLA 17. La Isla del Nuevo Mundo

Continente	Área (km cuadrados)	Población
América del Norte	24.382.116	450.000.000
América del Sur	17.821.866	310.000.000
Isla del Nuevo Mundo	42.203.982	760.000.000

Hay otras dos extensiones de tierra firme que son lo bastante grandes como para llamarlas continentes, y una tercera que suele considerarse demasiado pequeña para ser un continente pero que también podría merecer el título de tal. Estas tierras son, en orden descendente de áreas: la Antártida (incluyendo su casquete de hielo), Australia y Groenlandia.

Ya que Groenlandia está casi deshabitada me gustaría agruparla (por puro formalismo) dentro del grupo de las que podemos denominar "continentes-islas", y de esta manera nos podremos olvidar de ella. A

continuación podemos pasar a considerar las extensiones de tierra firme menores que Groenlandia, tratándolas como un solo grupo.

La Tabla 18 contiene los datos de los continentes-islas.

TABLA 18. Los continentes-islas

Continente	Área (km cuadrados)	Población
Isla del Mundo	85.059.713	4.851.000.000
Isla del Nuevo Mundo	42.203.982	760.000.000
Antártida	13.176.727	—
Australia y Oceanía	8.942.252	32.000.000
Groenlandia	2.175.600	56.000

Las restantes extensiones de tierra firme —todas ellas menores que Groenlandia— son las que solemos designar con el nombre de "islas". Por lo tanto, de aquí en adelante cuando hable de "islas" me estaré refiriendo a extensiones de tierra firme que sean menores que Groenlandia y que estén totalmente rodeadas por el mar.

Hay muchos miles de tales islas que representan una fracción nada despreciable de la superficie de tierra firme de nuestro planeta. En conjunto (según mi mejor estimación) las islas tienen un área total de aproximadamente 6.500.000 kilómetros cuadrados, o sea que su extensión total es la de un continente cuya área es un poco menor que la de Australia. La población total se acerca a los 400.000.000, cantidad muy adecuada para un continente, que supera en mucho a la población total de la América del Norte.

Dicho de otra manera, un ser humano de cada diez vive en una isla más pequeña que Groenlandia.

Hay varios datos interesantes que podemos brindar sobre estas islas. Para empezar, tenemos el área de cada una. Este dato figura en la Tabla 19.

TABLA 19. Las islas más extensas[78]

Isla	Área (km. cuadrados)
Nueva Guinea	809.000
Borneo	752.000
Madagascar	596.000
Baffin	522.000
Sumatra	423.000

La más grande de estas islas, Nueva Guinea, tiene una longitud máxima de más de 2.500 kilómetros. Si la superpusiéramos a los Estados Unidos llegaría desde Nueva York hasta Denver. Su área es un quince por ciento mayor que la de Texas. Tiene la cordillera más extensa y elevada que existe fuera de las Islas del Mundo y del Nuevo Mundo, y también la habitan algunos de los pueblos más primitivos del mundo.

Otras dos islas de estas cinco forman parte del mismo grupo al que pertenece Nueva Guinea. Tanto ésta como Borneo y Sumatra forman parte de lo que solía llamarse "las Indias Orientales", archipiélago que se extiende a través de seis mil quinientos kilómetros de océano entre Asia y Australia y que constituye, con mucho, el grupo de islas más grande del mundo. El archipiélago tiene un área de casi dos millones y medio de kilómetros cuadrados, o sea que posee cerca del cuarenta por ciento de todas las áreas insulares del mundo. La población del archipiélago llega a casi 120.000.000, lo que representa el treinta por ciento de toda la población insular del mundo.

En cierto sentido Madagascar es algo así como una de las Indias Orientales que hubiera sido desplazada seis mil quinientos kilómetros hacia el Oeste, hasta el otro extremo del Océano Indico. Tiene más o menos la misma forma de Sumatra y ocupa un tamaño intermedio entre los de Sumatra y Borneo. Incluso su población nativa se parece mucho más a la del Sudeste de Asia que a la de los países africanos más próximos.

Entre estos cinco gigantes solamente la isla de Baffin cae fuera del mismo patrón. Esta isla pertenece al archipiélago que se encuentra al Norte de Canadá. Está ubicada entre la entrada a la Bahía de Hudson y la costa de Groenlandia.

Aunque pueda parecer raro, ninguna de las cinco islas más grandes se destaca notablemente por su población. En efecto, hay tres islas (ninguna de las cuales figura entre las cinco más grandes) que contienen

[78] En estos días se acostumbra cada vez más a utilizar los nombres geográficos que emplean los habitantes de cada lugar. Por ejemplo, Borneo en realidad se llama Kalirnantan. Pero en todos los casos voy a seguir empleando el nombre que nos es familiar. (N. del A.)

por sí solas bastante más de la mitad de la población insular del mundo. Es muy probable que muy pocos de nosotros conozcamos el nombre de la más populosa. Se llama Honshu, pero antes de que se pregunten dónde está, permítanme explicarles que se trata de la mayor de las islas del Japón, aquella donde se encuentra la ciudad de Tokio.

Los datos sobre las tres islas aparecen en la Tabla 20:

TABLA 20. Las islas más populosas

Isla	Área (km^2)	N de orden	Población
Honshu	231.000	6	105.000.000
Java	125.900	12	110.000.000
Gran Bretaña	229.990	7	57.000.000

Se ve fácilmente que Java es la isla de gran tamaño más densamente poblada. (Insisto en lo de "isla de gran tamaño" para así poder excluir a otras islas como Manhattan.) Tiene una densidad de 873 habitantes por kilómetro cuadrado, así que viene a estar nueve veces más densamente poblada que Europa. Está casi dos veces más densamente poblada que Holanda, la nación de mayor densidad de población de Europa. Esto es todavía más notable si se tiene en cuenta que Holanda es un país altamente industrializado, mientras que Java es principalmente agrícola. Al fin y al cabo, uno tiende a pensar que una región industrializada puede mantener una población más grande que la que puede permitirse una región agrícola (y no cabe duda de que el nivel de vida en Holanda es mucho más elevado que en Java).

A gran distancia detrás de estas tres más grandes se encuentran otras cuatro islas, cada una de las cuales supera los catorce millones de habitantes. Estas aparecen en la Tabla 21. (De paso digamos que Kiushiu es otra de las islas del Japón.)

TABLA 21. Las islas medianamente pobladas

Isla	Área (Km. cuadrados)	N de orden	Población
Sumatra	473.606	5	38.000.000
Taiwán	36.000	34	21.000.000
Sri Lanka	65.600	24	18.000.000
Kiushiu	42.163	31	14.000.000

Notemos que las siete islas más pobladas están en el hemisferio oriental, todas ellas cerca de la costa de la Isla del Mundo, o bien entre ésta y Australia. La isla más populosa del hemisferio occidental es la de Santo Domingo, ocupada por Haití y la República Dominicana. Su población es de 9.000.000 de habitantes.

Uno suele creer que las grandes potencias surgen en los continentes. Además, es cierto que entre las grandes potencias continentales, todas menos una surgieron en la Isla del Mundo (la única excepción han sido los Estados Unidos).

Por supuesto que la gran excepción a la regla del continentalismo de las grandes potencias es Gran Bretaña[79]. En épocas más recientes Japón ha llegado a constituir otro caso excepcional. En efecto, Gran Bretaña y Japón son las únicas naciones insulares que han mantenido una independencia total desde la Edad Media hasta nuestros días.

Pero en la actualidad (a menos que yo haya contado mal, y estoy seguro de que en tal caso van a aparecer enseguida numerosos amables lectores que me lo hagan notar) hay no menos de treinta y una naciones insulares, es decir treinta y una naciones independientes cuyos territorios ocupan una isla o grupo de islas y que carecen de posesiones de importancia, ya sea en la Isla del Mundo o en la Isla del Nuevo Mundo.

Según una convención generalmente aceptada, una de estas naciones, Australia, es en realidad una nación-continente, pero la habré de incluir en la lista para que ésta sea completa. Las treinta y una naciones insulares (incluyendo a Australia) figuran en la Tabla 22, ordenadas por su población[80].

TABLA 22. Las naciones insulares

País	Área (km cuadrados)	Población

[79] No voy a hacer ninguna distinción aquí entre Inglaterra. Gran Bretaña. Reino Unido ni Islas Británicas. (N. del A.)

[80] Cuando este artículo apareció por vez primera, solamente había veintiuna naciones insulares. Desde ese entonces han obtenido su independencia otras diez islas o grupos de islas, y la tabla que aquí se presenta contiene estos datos nuevos, junto con las cifras actualizadas de población. (N. del A.)

Indonesia	1.948.732	185.000.000
Japón	372.823	125.000.000
Gran Bretaña	229.990	57.000.000
Filipinas	300.000	49.000.000
Taiwán	36.000	21.000.000
Australia	7.682.300	18.000.000
Sri Lanka	65.600	18.000.000
Madagascar	587.041	13.000.000
Cuba	110.992	11.000.000
Haití	27.400	7.500.000
República Dominicana	48.442	7.100.000
Irlanda	70.280	3.600.000
Nueva Zelanda	270.534	3.434.950
Singapur	646	3.300.000
Jamaica	10.991	2.600.000
Trinidad y Tobago	5.128	950.000
Mauricio	1.865	900.000
Chipre	9.251	630.000
Fiji	18.272	575.000
Malta	316	330.000
Islas Comoras	2.238	300.000
Barbados	430	275.000
Bahrein	663	230.000
Bahamas	13.939	215.000
Islandia	103.000	210.000
Samoa Occidental	2.841	150.000
Islas Maldivas	298	115.000
Grenada	344	110.000
Tonga	697	100.000
Santo Tomé y Príncipe	963	70.000
Nauru	21	8.000

Debemos agregar algunas explicaciones con respecto a esta Tabla. En primer lugar, la discrepancia entre el área de Gran Bretaña como isla y como nación se debe a que la nación incluye varias regiones ubicadas fuera de la isla principal, entre las que se destaca Irlanda del Norte. Análogamente, Indonesia incluye la mayor parte pero no todo el archipiélago al que me referí previamente con el nombre de Indias Orientales.

En la actualidad, prácticamente todos los pueblos insulares forman parte de naciones insulares independientes. La mayor área insular que todavía constituye una colonia es Papua Nueva Guinea, que es el nombre de la mitad oriental de la isla de Nueva Guinea. Tiene un área de 470.000 kilómetros cuadrados, una población de 2.300.000 habitantes y se encuentra sometida a la administración de Australia[81].

La verdad es que no sé cómo clasificar a Puerto Rico. En gran medida puede decirse que goza de gobierno propio, pero si la consideramos como colonia de los Estados Unidos creo que bien puede decirse que se trata de la isla más populosa que continúa siendo dependiente (3.300.000 habitantes).

Como puede verse en la Tabla 22, la nación insular más poblada no es ni Japón ni Gran Bretaña, sino Indonesia. Esta constituye la quinta nación más poblada del mundo. Sólo la China, la India, la Unión Soviética y los Estados Unidos (países gigantescos por su extensión) están más poblados que Indonesia.

Las únicas naciones insulares que ocupan sólo una parte de una isla son Haití y la República Dominicana (que comparten la isla de Santo Domingo) e Irlanda, cuyos seis condados nororientales todavía forman parte de Gran Bretaña. La única nación insular que comparte porciones de sus islas con naciones continentales es Indonesia. Una parte pequeña de la isla de Borneo (Kalimantan) pertenece a la Federación de Malasia, que es una nación asiática. La mitad oriental de Nueva Guinea, cuya mitad occidental es Indonesia, está en poder de Australia (ver nota referente a Papua Nueva Guinea).

En estas naciones insulares hay dieciocho ciudades que tienen más de un millón de habitantes. Estas figuran en la Tabla 23, ordenadas según su población, pero les advierto que algunas de las cifras no son muy confiables.

[81] En setiembre de 1975 Papua Nueva Guinea obtuvo su independencia, dentro de la Comunidad Británica de Naciones. Su población actualizada asciende a casi tres millones de habitantes. Indonesia designa a este territorio con el nombre de Irián Oriental. (N. del T.)

TABLA 23. Las ciudades insulares

Ciudad	Nación	Población
Tokio	Japón	13.000.000
Yakarta	Indonesia	9.000.000
Manila	Filipinas	8.500.000
Londres	Gran Bretaña	7.000.000
Yokohama	Japón	3.300.000
Osaka	Japón	3.000.000
Sydney	Australia	2.800.000
Taipei	Taiwán	2.700.000
Surabaya	Indonesia	2.400.000
Melbourne	Australia	2.400.000
Nagoya	Japón	2.200.000
La Habana	Cuba	2.150.000
Bandung	Indonesia	2.100.000
Sapporo	Japón	1.900.000
Kioto	Japón	1.500.000
Kobe	Japón	1.500.000
Kitakiushiu	Japón	1.050.000
Birmingham	Gran Bretaña	1.000.000

De éstas la más notable es Tokio, ya que puede ser la ciudad más grande del mundo. Y digo "puede ser" porque hay otra candidata para ese puesto: Shanghai. Los datos de población de la República Popular China son muy poco confiables, pero es posible que la población de Shanghai, que es una ciudad continental, pueda alcanzar los 11.000.000 de habitantes, aunque también hay quienes le asignan solamente 8.000.000.

La ciudad de Nueva York, que es la más grande de la Isla del Nuevo Mundo, apenas ocupa un cuarto lugar detrás de Tokio, Shanghai y el Gran Londres. Por cierto que la mayor parte de Nueva York se encuentra en distintas islas. Solamente uno de sus distritos, el Bronx, se halla incuestionablemente en territorio continental. Pero de ninguna manera es una ciudad insular en el mismo sentido que lo son Tokio o Londres.

Si dejarnos de lado a Nueva York como caso dudoso, resulta que la ciudad insular más grande del hemisferio occidental, y la única insular de esta mitad del mundo que supera el millón de habitantes es La Habana.

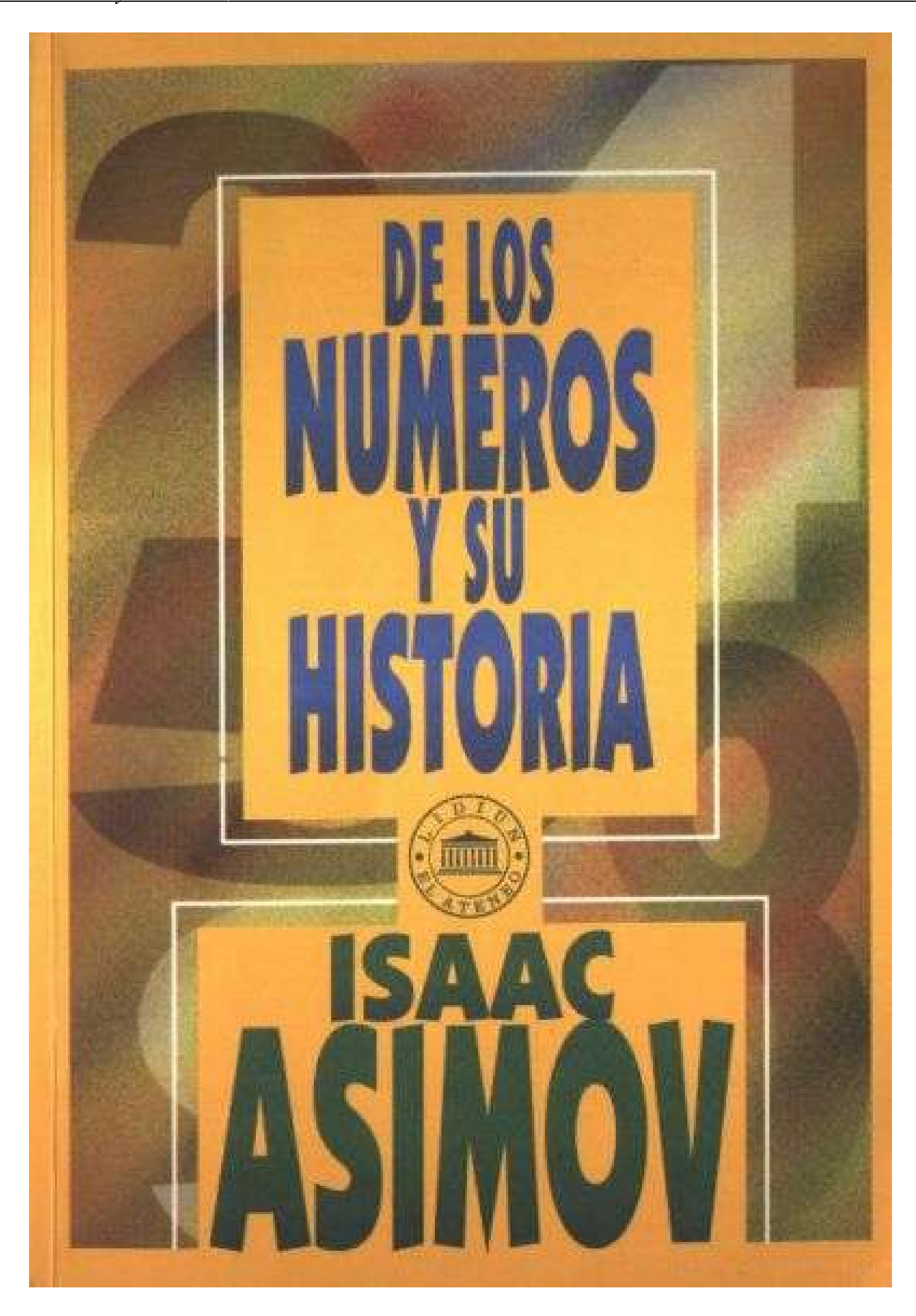
Con esto nos queda solamente un punto pendiente. Al haber restringido nuestro análisis de las islas solamente a las que están rodeadas por agua de mar, ¿no habremos dejado de lado alguna isla importante rodeada por agua dulce?

Por su tamaño (y no por su población) hay sólo una que vale la pena mencionar. Es una isla fluvial que muy pocos en el mundo conocen fuera del Brasil. Se trata de la isla de Marajó, que parece una enorme pelota de basquetball dentro de una red constituida por la desembocadura del río Amazonas.

Tiene cerca de 250 kilómetros de diámetro y un área de casi cincuenta mil kilómetros cuadrados. Es más grande que la isla de Taiwán, y si la incluyéramos entre las islas del mar ocuparía un lugar entre las treinta más grandes del mundo, lo que no está tan mal por tratarse de una isla fluvial. Pero se trata de un territorio muy bajo y pantanoso, que sufre frecuentes inundaciones y está ubicado casi sobre el ecuador. En un lugar semejante vive muy poca gente[82].

Pero la simple existencia de esta isla es una muestra de las características descomunales del río Amazonas.

[82] Su población se estima en 80.000 habitantes. (N. del T.)


DE LOS
NUMEROS
Y SU
HISTORIA
ISAAC
ASIMOV



DE LOS NUMEROS Y SU HISTORIA

El inquieto Isaac Asimov está nuevamente en marcha, esta vez para realizar una peregrinación matemática y numérica. En estos diecisiete ensayos nos proporciona, siempre de manera accesible, amplia información acerca de los números, desde lo elemental hasta lo esotérico y lo sorprendente.

Tenemos aquí a Asimov en su faz más atractiva: explica por qué las computadoras y la gente no pueden usar el mismo sistema de numeración; analiza los googoles y las formaciones B, que constituyen algunos de los números más grandes del mundo, y examina nuestro concepto del tiempo y el porqué de su estructura. Y proporciona un sintético panorama de la historia de la matemática y de sus figuras más notables.

Algunas de las cuestiones matemáticas y numéricas sobre las que discurre son:

- La importancia del cero.
- Los únicos dos números que pueden entender las computadoras.
- Qué significa realmente el infinito.
- La cuadratura del círculo.
- Por qué los números imaginarios son reales.
- El tamaño real del Universo en protones.
- Por qué el mundo está dividido en islas.

Desde hace algún tiempo, Isaac Asimov ha realizado una brillante tarea como divulgador científico; también en el campo de la ciencia ficción se distingue por la amplitud y calidad de su obra. *Rebelión en la galaxia*, *Yo robot*, *Los mejores cuentos de ciencia ficción*, *El código genético*, *El universo; De la tierra plana a los quásars*, *Las corrientes del espacio*, *Las palabras y los mitos* son algunas de sus obras traducidas al castellano.

ISBN 950-524-932-9
9 789505 249329

L 25